***Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение***

***высшего образования***

***«Северо-Осетинский государственный университет***

***имени Коста Левановича Хетагурова»***

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**

**«Высшая математика»**

**Специальность 38.05.01 Экономическая безопасность**

**Специализация «Обеспечение экономической безопасности государства и бизнеса»**

**Квалификация (степень) выпускника – специалист**

**Форма обучения**

**очная**

Владикавказ, 2024

Рабочая программа

*обсуждена и утверждена* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 5 от 14.02.2024 г.);

*одобрена* советом факультета экономики и управления (протокол № 7 от 11.03.2024 г.)

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, специализация «Обеспечение экономической безопасности государства и бизнеса»,год начала подготовки 2024 (решение ученого совета ФГБОУ ВО «СОГУ» от 28.03.2024, протокол № 8)

Составитель: старший преподаватель кафедры алгебры и анализа Галаванова З.Е.

1. **Структура, и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 часов).

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | Очная форма обучения | |
| Курс | 1 | |
| Семестр | 1 | 2 |
| Лекции | 18 | 16 |
| Практические (семинарские) занятия | 18 | 18 |
| Лабораторные занятия | - | - |
| Итого аудиторных занятий | 36 | 34 |
| Самостоятельная работа | 36 | 38 |
| Курсовая работа | - | - |
| Форма контроля | | |
| Экзамен | - | 36 |
| Зачет | + | - |
| Общее количество часов | 72 | 108 |
| Итого | 180 | |

**2. Цели освоения дисциплины:**

* обучение основным математическим методам, необходимым для анализа и моделирования экономических процессов;
* воспитание достаточно высокой математической культуры: ясное понимание необходимости математической составляющей в общей подготовке студентов;
* выработка представления о роли и месте математики в современной цивилизации и в мировой культуре,
* умение логически мыслить, оперировать с абстрактными объектами и быть корректным в употреблении математических понятий и символов для выражения количественных и качественных отношений;
* овладение математическими методами для решения экономических задач и приобретение навыков использования универсального понятийного аппарата и широкого арсенала технических приемов математики при дальнейшем изучении профильных дисциплин, построении математических моделей различных явлений и процессов в экономике,

**3.**  **Место дисциплины в структуре ОПОП**

**Б1.О.08.01** Блок 1. Дисциплины (модули) Обязательная часть

Для изучения дисциплины необходимы знания и компетенции, полученные обучающимися в рамках школьной программы по математике или соответствующих математических дисциплин среднего профессионального образования.

Знания, умения и навыки, полученные в ходе изучения данной дисциплины, будут востребованы студентами на всех этапах обучения при освоении различных дисциплин учебного плана, подготовке рефератов, контрольных, курсовых и выпускных квалификационных работ, в процессе последующей профессиональной деятельности.

1. **Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

|  |  |
| --- | --- |
| Коды компетенций | Содержание компетенций |
| ОПК-1 | Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты. |

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Коды компетенций  ОПОП | Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП | | |
| Знать | Уметь | Владеть |
| ОПК-1 | основные понятия дисциплины, определения, содержательное значение терминов и их взаимосвязь, алгоритмы доказательств и решения задач | решать задачи по дисциплине, проводить доказательства, классифицировать и систематизировать основные изучаемые объекты, строить логически верные рассуждения  применять математический инструментарий для решения экономических задач  обосновывать выбор методик расчета экономических показателей | методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических процессов  методами применения современного математического инструментария для решения экономических задач;  статистическими методами обработки экспериментального материала |

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

1. **Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

***Таблица 5.1***

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №  темы | Наименование тем (вопросов),  изучаемых по данной дисциплине | Занятия | | Самостоятельная работа  студентов | | Формы контроля | Литература |
| л | пр | Содержание | Часы |
| **1 семестр** | | | | | | | |
| **1** | **Прямая линия на плоскости**  Расстояние между двумя точками на плоскости. Уравнение линии. Угловой коэффициент прямой. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. | 2 | 2 | Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Уравнение пучка прямых. Уравнение прямой, проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. | 4 | мини-опрос  вопросы в рубежной контрольной | [1-6] |
| **2** | **Кривые второго порядка**  Окружность. Эллипс. Гипербола, Парабола. | 2 | 2 | Окружность. Эллипс. Гипербола, Парабола. | 4 | вопросы в рубежной контрольной | [1-6] |
| **3** | **Векторы на плоскости и в пространстве.**  Векторы на плоскости и в пространстве. Проекция вектора на заданное направление Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. | 2 | 2 | Векторное и смешанное произведение векторов. Векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. | 5 | мини-опрос | [1-6] |
| **4** | **Определители и матрицы**  Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители квадратных матриц. Свойства определителей. Обратная матрица | 2 | 2 | Обратная матрица. Ранг матрицы. Методы вычисления. | 4 | вопросы в рубежной контрольной | [1-6] |
| **5** | **Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ)**  Решение систем линейных уравнений с помощью формул Крамера, методом обратной матрицы. Метод Гаусса. | 2 | 2 | Теорема Кронекера - Капелли. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики. Решение задач с экономическим содержанием | 5 | Проверка на занятиях | [1-6]] |
| **6** | **Функция**  Множества. Абсолютная величина действительного числа. Понятие функции. Способы задания функции. Понятие неявной, обратной и сложной функций. | 2 | 2 | Основные свойства функции. Неявная, обратная и сложная функции. Графики основных элементарных функций. | 4 | Опрос, проверка д/з | [1-8] |
| **7** | **Теория пределов**  Предел числовой последовательности. Предел функции в бесконечности. Предел функции в точке. Односторонние пределы Бесконечно большие и бесконечно малые величины. Основные теоремы о пределах. Первый замечательный предел Второй замечательный предел. | 4 | 4 | Предел монотонной ограниченной последовательности. Применение эквивалентных бесконечно малых к вычислению пределов | 6 | мини-опрос  вопросы в рубежной контрольной | [1-8] |
| **8** | **Непрерывность функции**  Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций. Точки разрыва функции. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей. | 2 | 2 | Непрерывность обратных тригонометрических функций. Равномерная непрерывность функции.  Другие применения производной. | 4 | Вопросы в билетах. Проверка на занятиях | [1-8] |
|  | **Итого часов за 1 семестр** | **18** | **18** |  | 36 |  |  |
| **2 семестр** | | | | | | | |
| **1** | **Производная.**  Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Зависимость между непрерывностью и дифференцируемостью функции. Экономический смысл производной. Основные правила дифференцирования. Производная неявной, обратной и сложной функций. Производные высших порядков. Правило Лопиталя. Условие постоянства, возрастания и убывания функции. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Асимптоты. Точки перегиба. Исследование функции и построение графика. | 4 | 4 | Понятие о бесконечной производной. Вычисление производных функций, заданных неявно, параметрически. Исследование функции и построение графика.  Приближенное решение уравнений. Графики разрывных функций. | 8 | мини-опрос,  вопросы в билетах | [1-8] |
| **2** | **Неопределенный интеграл:**  Первообразная функция. Неопределенный интеграл. Геометрический смысл. Свойства неопределенного интеграла. Интегралы основных элементарных функций. Способы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций. | 4 | 4 | Специальные приемы вычисления некоторых интегралов. Интегрирование простейших трансцендентных функций  Тригонометрические подстановки. Интегрирова-ние иррациональных функций | 8 | Опрос на занятиях | [1-8] |
| **3** | **Определенный интеграл**  Задача о площади криволинейной трапеции. Определение определенного интеграла. Геометрический смысл. Вычисление определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Свойства определенного интеграла. Замена переменной и формула интегрирования по частям в определенном интеграле. Площадь криволинейной трапеции. Объем тела вращения. Длина дуги | 2 | 2 | Некоторые вспомогательные формулы. Интегралы не выражающиеся элементарно. Специальные приемы вычисления некоторых интегралов. Вычисление работы с помощью определенного интеграла  Приближенное вычисление определенных интегралов. | 8 | мини-опрос,  вопросы в билетах | [1-8] |
| **4** | **Функции двух переменных.**  Основные понятия. Область определения. Непрерывность. Частные производные. Дифференциал функции 2-х переменных. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. | 4 | 4 | Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Условные экстремумы. Функция Лагранжа. | 8 | мини-опрос  вопросы в рубежной контрольной | [1-8] |
| **5** | **Числовые ряды.**  Основные понятия. Сходимость ряда. Некоторые свойства числовых рядов. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Условная и абсолютная сходимость ряда. | 2 | 4 | **Степенные ряды.**  Основные понятия. Теорема Абеля. Разложение функций в степенные ряды Свойства равномерно сходящихся функциональных рядов: Непрерывность суммы | 6 | мини-опрос | [1-8] |
|  | **ИТОГО часов за 2 семестр** | **16** | **18** |  | **38** |  |  |

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

При использовании индивидуальной траектории в рамках индивидуального учебного плана подготовки студента, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте, а также с использованием других элементов ЭИОС СОГУ.

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работы студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);ы

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий;

– подготовка доклада/конспекта по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– подготовка к выполнению практических работ;

– подготовка к промежуточной аттестации;

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на практическом занятии;

– доклад / конспект/ по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– проверка домашних заданий, практических работ.

Форма *рубежного контроля:* тест/контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* зачет, экзамен.

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (1 семестр)**

**(ОПК-1) (каждое задание по 3 балла)**

**Билет №1**

1. Даны вершины треугольника А(-3;2), В(2;5( и С(2;3). Написать уравнения сторон треугольника и высоты ВД. Найти длину медианы СЕ и угол А.
2. Найти расстояние от точки М(-3;2) до прямой 4x+2y-5=0
3. Найти эксцентриситет эллипса
4. Даны два вектора  и  Найти угол между ними
5. Скалярное произведение векторов

**8.3. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (теста) (1 семестр)**

**(ОПК-1); (каждое задание по 3 балла)**

1. Решить систему уравнений по формулам Крамера:



1. Даны матрицы А = , В = , С =  . Найти АТС+В
2. Решить матричное уравнение Х
3. Найти количество целых чисел, принадлежащих области определения функции 
4. Понятие неявной, обратной и сложной функций.

**8.4. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (2 семестр)**

**(ОПК-1); (каждое задание по 3 баллов)**

1. Найти предел
2. Найти предел
3. Найти 
4. Найти 
5. Пусть ;

Найти: а) АВ, б) АВ, в) А\В

**8.5. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (теста) (2 семестр)**

**(ОПК-1);(каждое задание по 3 баллов)**

1. Найти 
2. Найти дифференциал функции: 
3. Найти частные производные второго порядка
4. Исследовать числовой ряд по предельному признаку сравнения
5. Способы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование методом замены переменной.

**8.6. Вопросы к зачету**

**1 семестр**

1. Расстояние между двумя точками.
2. Уравнение линии. Некоторые элементарные задачи.
3. Угловой коэффициент прямой.
4. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
5. Общее уравнение прямой.
6. Угол между двумя прямыми.
7. Условие параллельности и перпендикулярности прямых.
8. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении.
9. Уравнение прямой, проходящей через две данные точки.
10. Кривые второго порядка.
11. Основные сведения о матрицах.
12. Операции над матрицами.
13. Определители квадратных матриц.
14. Свойства определителей.
15. Системы линейных уравнений. Метод обратной матрицы. Формулы Крамера. Метод Гаусса.
16. Векторы на плоскости и в пространстве
17. Длина и направление вектора.
18. Проекция вектора на ось.
19. Разложение вектора по базису.
20. Скалярное произведение векторов.
21. Понятие множества.
22. Абсолютная величина действительного числа. Окрестность точки.
23. Понятие функции. Способы задания функции.
24. Понятие неявной, обратной и сложной функций.
25. Предел числовой последовательности.
26. Предел функции в бесконечности и в точке. Односторонние пределы.
27. Бесконечно малые величины. Бесконечно большие величины.
28. Основные теоремы о пределах.
29. Два замечательных предела.
30. Непрерывность функции. Некоторые свойства непрерывных функций.
31. Точки разрыва функции.
32. Вычисление пределов. Раскрытие неопределенностей.

### 8.7. Вопросы к экзамену 2 семестр

1. Задача о производительности. Схема вычисления производной. Основные правила дифференцирования. Экономический смысл производной.
2. Производная неявной, обратной и сложной функций.
3. Правило Лопиталя.
4. Условие постоянства, возрастания и убывания функции.
5. Экстремум функции. Наибольшее и наименьшее значения функции.
6. Выпуклость и вогнутость графика функции. Точки перегиба.
7. Общая схема исследования функции и построение ее графика.
8. Дифференциал функции.
9. Первообразная функции. Определение неопределенного интеграла. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
10. Методы интегрирования. Интегрирование некоторых тригонометрических функций.
11. Определение определенного интеграла. Основные свойства определенного интеграла.
12. Формула Ньютона-Лейбница. Метод интегрирования подстановкой и метод интегрирования по частям для определенного интеграла.
13. Некоторые приложения определенного интеграла.
14. Функции нескольких переменных (фнп). Основные понятия.
15. Предел и непрерывность фнп.
16. Частные производные и дифференциал фнп.
17. Экстремум фнп.
18. Наибольшее и наименьшее значения фип.
19. Числовые ряды. Основные понятия. Сходимость ряда. Некоторые свойства числовых рядов.
20. Необходимый признак сходимости ряда. Гармонический ряд.
21. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами. Знакочередующиеся ряды.
22. Признак Лейбница. Условная и абсолютная сходимость ряда.
23. Степенные ряды.

**8.8. Темы рефератов (докладов)**

1. Применение понятия производной в экономике.
2. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики
3. Функции многих переменных в экономической теории
4. Числа Фибоначчи. Золотое сечение.
5. Удивительное число пи.
6. Магические квадраты.
7. Знаменитые задачи древности.
8. Связь математики с другими науками
9. Интуиция и математика.
10. Развитие понятия функции.

**Методические рекомендации по подготовке к рубежным контрольным работам (тестам)**

**Уравнение линии на плоскости**

Пример. Найти уравнение прямой, проходящей через точки А(1, 2) и В(3, 4).

Применяя формулу, получаем:



Пример. Задано общее уравнение прямой х–у+1= 0. Найти уравнение этой прямой в отрезках.

С = 1 , а = -1, b = 1.

Пример. Составить уравнение прямой, проходящей через точку А(-2, -3) и начало координат.

Уравнение прямой имеет вид: , где х1 = у1 = 0; x2 = -2; y2 = -3.



Пример. Определить угол между прямыми: y = -3x + 7; y = 2x + 1.

k1 = -3; k2 = 2 tgϕ = ; ϕ = π/4

Пример. Даны вершины треугольника А(0; 1), B(6; 5), C(12; -1). Найти уравнение высоты, проведенной из вершины С.

Находим уравнение стороны АВ: ; 4x = 6y – 6;

2x – 3y + 3 = 0; 

Искомое уравнение высоты имеет вид: Ax + By + C = 0 или y = kx + b.

k = . Тогда y = . Т.к. высота проходит через точку С, то ее координаты удовлетворяют данному уравнению: откуда b = 17. Итого: .

Ответ: 3x + 2y – 34 = 0.

**Для самостоятельного решения:**

Составить уравнение прямой, проходящей через точку А(5;1) под углом 450 к оси Ох.

Дана прямая . Составить уравнение прямой, проходящей через точку М(-1;3)

Даны вершины треугольника А(-1;3); В(3;-2) и С(5;3). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины А на сторону ВС параллельно данной прямой.

Даны вершины треугольника: А(3;0), В(-5;6) и С(-4;1). Определить длину медианы, проведенной из вершины С.

Даны вершины треугольника: А(3;5), В(-3;3) и С(5;-8). Определить длину медианы, проведенной из вершины С.

Найти угловые коэффициенты прямых и определить, какие из данных прямых перпендикулярны прямой  1); 2); 3); 4) 5)

Даны вершины треугольника А(3;0); В(-5;6) и С(-4;1). Составить уравнение высоты, опущенной из вершины С.

Даны точки А(2;4) и В(-2;6). Найти сумму координат середины отрезка АВ

Записать уравнение прямой, проходящей через точку А(-3;3)

**Кривые 2-го порядка**

Пример. Найти координаты центра и радиус окружности, если ее уравнение задано в виде:

2x2 + 2y2 – 8x + 5y – 4 = 0.

Для нахождения координат центра и радиуса окружности данное уравнение необходимо привести к виду, указанному выше в п.9. Для этого выделим полные квадраты:

x2 + y2 – 4x + 2,5y – 2 = 0

x2 – 4x + 4 –4 + y2 + 2,5y + 25/16 – 25/16 – 2 = 0

(x – 2)2 + (y + 5/4)2 – 25/16 – 6 = 0

(x – 2)2 + (y + 5/4)2 = 121/16

Отсюда находим О(2; -5/4); R = 11/4.

Пример. Составить уравнение эллипса, если его фокусы F1(0; 0), F2(1; 1), большая ось равна 2.

Уравнение эллипса имеет вид: . Расстояние между фокусами:

2c = , таким образом, a2 – b2 = c2 = ½

по условию 2а = 2, следовательно а = 1, b = 

Итого: .

Пример. Составить уравнение гиперболы, если ее эксцентриситет равен 2, а фокусы совпадают с фокусами эллипса с уравнением 

Находим фокусное расстояние c2 = 25 – 9 = 16.

Для гиперболы: c2 = a2 + b2 = 16, e = c/a = 2; c = 2a; c2 = 4a2; a2 = 4;

b2 = 16 – 4 = 12.

Итого:  - искомое уравнение гиперболы.

Пример. На параболе у2 = 8х найти точку, расстояние которой от директрисы равно 4.

Из уравнения параболы получаем, что р = 4.

r = x + p/2 = 4; следовательно:

x = 2; y2 = 16; y = ±4. Искомые точки: M1(2; 4), M2(2; -4).

**Для самостоятельного решения:**

Определить полуоси, координаты фокусов и эксцентриситет эллипса 

Составить каноническое уравнение гиперболы, проходящей через точки А(2;1) и В(-4;)

Найти центр и радиус окружности 

Составить каноническое уравнение эллипса . Найти эксцентриситет эллипса.

Найти расстояние между фокусами гиперболы 

Найти асимптоты гиперболы, заданной уравнением

**Определители и матрицы**

Пример. Даны матрицы А = , В = , С =  и число α = 2. Найти АТВ+αС.

AT = ; ATB = ⋅ =  = ;

αC = ; АТВ+αС = + = .

Пример. Найти произведение матриц А =  и В = .

АВ = ⋅ = .

ВА = ⋅ = 2⋅1 + 4⋅4 + 1⋅3 = 2 + 16 + 3 = 21.

Пример. Вычислить определитель матрицы А = 



= -5 + 18 + 6 = 19.

Пример. Дана матрица А = , найти обратную А-1.

det A = 4 - 6 = -2.

M11=4; M12= 3; M21= 2; M22=1

x11= -2; x12= 1; x21= 3/2; x22= -1/2

Таким образом, А-1=.

Пример. Определить ранг матрицы.

~ ~,  RgA = 2

**Для самостоятельного решения:**.

Найти алгебраические дополнения элементов 3-го столбца матрицы

А= 

Вычислить определитель, разложив его по элементам 2-й строки

А = 

Найти произведение матриц 

Упростить и вычислить определитель

А= 

Определить ранг матрицы.

Определить ранг матрицы. ~

Найти матрицу, обратную данной 

Вычислить А2, если 

Вычислить матрицу D=ABC, где

 

**Решение систем линейных уравнений**

Пример. Решить систему уравнений методом обратной матрицы:



Х = , B = , A = 

Найдем обратную матрицу А-1.

Δ = det A = 5(4-9) + 1(2 – 12) – 1(3 – 8) = -25 – 10 +5 = -30.

M11 =  = -5; M21 =  = 1; M31 =  = -1;

M12 =  M22 =  M32 = 

M13 =  M23 =  M33 = 

 A-1 = ;

Cделаем проверку:

A⋅A-1 = =E.

Находим матрицу Х.

Х = = А-1В = ⋅= .

Итого решения системы: x =1; y = 2; z = 3.

Пример. Найти решение системы уравнений по формулам Крамера:



Δ = = 5(4 – 9) + (2 – 12) – (3 – 8) = -25 – 10 + 5 = -30;

Δ1 =  = (28 – 48) – (42 – 32) = -20 – 10 = -30.

x1 = Δ1/Δ = 1;

Δ2 =  = 5(28 – 48) – (16 – 56) = -100 + 40 = -60.

x2 = Δ2/Δ = 2;

Δ3 =  = 5( 32 – 42) + (16 – 56) = -50 – 40 = -90.

x3 = Δ3/Δ = 3.

Как видно, результат совпадает с результатом, полученным [выше](#пр13) матричным методом.

Пример. Решить систему линейных уравнений методом Гаусса.



Составим расширенную матрицу системы.

А\* = 

Таким образом, исходная система может быть представлена в виде:

, откуда получаем: x3 = 2; x2 = 5; x1 = 1.

**Для самостоятельного решения:**

Решить системы методом Гаусса, по формулам Крамера и методом обратной матрицы.





**Векторы**

Пример. Найти (5 + 3)(2 - ), если 

10⋅- 5⋅+ 6⋅- 3⋅ = 10,

т.к. .

Пример. Найти угол между векторами и , если .

Т.е.  = (1, 2, 3), = (6, 4, -2)

⋅= 6 + 8 – 6 = 8:

.

cosϕ = 

Пример. Найти скалярное произведение векторов  и , если 

()() = 

= 10 +

+ 27 + 51 + 135 + 72 + 252 = 547.

Пример. Найти векторное произведение векторов и

.

 = (2, 5, 1); = (1, 2, -3)

.

Пример. Доказать, что векторы , и  компланарны.

, т.к. векторы линейно зависимы, то они компланарны.

Пример. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах , если 



(ед2).

**Для самостоятельного решения:**

Найти длину вектора 

Даны векторы  и . Найти скалярное произведение векторов

Даны векторы  и . Найти векторное произведение векторов

Доказать, что векторы , и  компланарны.

Вычислить площадь треугольника с вершинами А(7,3,4), В(1, 0, 6),С(4, 5, -2).

Найти угол между векторами и , если 

**Предел и непрерывность функции**

**Пример:** Найти предел .

Как видно, при попытке непосредственного вычисления предела получается неопределенность вида . Функции, входящие в числитель и знаменатель дроби удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

f′(x) = 2x + ; g′(x) = ex;

;

**Пример:** Найти предел .

; ;

.

Если при решении примера после применения правила Лопиталя попытка вычислить предел опять приводит к неопределенности, то правило Лопиталя может быть применено второй раз, третий и т.д. пока не будет получен результат. Естественно, это возможно только в том случае, если вновь полученные функции в свою очередь удовлетворяют требованиям теоремы Лопиталя.

**Пример:** Найти предел .

; ;

; ;



; ; 

**Пример:** Найти предел .

; - получили неопределенность. Применяем правило Лопиталя еще раз.

; ;

***Для самостоятельного решения***

Найти

Найти :

Найти **

**Дифференциальное исчисление.**

**Производная**

**Пример.** Найти производную функции .

По полученной выше формуле получаем: 

Производные этих функций: 

Окончательно:



Пример. Найти производную функции 

 **Пример**. Найти производную функции 



***Для самостоятельного решения***

Найти производную: 

Найти производную: 

Найти производную: 

Найти производную: 

Найти производную: 

Найти производную: 

Найти производную: *.*

Найти производную: *.*

Найти производную: *.*

**Приложения производной.**

**Пример.** Найти асимптоты и построить график функции .

1) Вертикальные асимптоты: y→+∞ x→0-0: y→-∞ x→0+0, следовательно, х = 0- вертикальная асимптота.

2) Наклонные асимптоты:





Таким образом, прямая у = х + 2 является наклонной асимптотой.

Построим график функции:



**Пример:** Исследовать функцию  и построить ее график.

1. Областью определения функции являются все значения х, кроме х = 0.

2. Функция является функцией общего вида в смысле четности и нечетности.

3. Точки пересечения с координатными осями: c осью Ох: y = 0; x = 

с осью Оу: x = 0; y – не существует.

4. Точка х = 0 является точкой разрыва , следовательно, прямая х = 0 является вертикальной асимптотой.

Наклонные асимптоты ищем в виде: y = kx + b.





Наклонная асимптота у = х.

5. Находим точки экстремума функции.

; y′ = 0 при х = 2, у′ = ∞ при х = 0.

y′ > 0 при х ∈ (-∞, 0) – функция возрастает,

y′ < 0 при х ∈ (0, 2) – функция убывает,

у′ > 0 при х ∈ (2, ∞) – функция возрастает.

Таким образом, точка (2, 3) является точкой минимума.

Для определения характера выпуклости/вогнутости функции находим вторую производную.

 > 0 при любом х ≠ 0, следовательно, функция, вогнутая на всей области определения.

6. Построим график функции.



***Для самостоятельного решения***

Исследовать функцию.  и построить ее график.

**Интегральное исчисление.**

**Неопределенный интеграл.**

**Пример.** Найти неопределенный интеграл .

Сделаем замену *t = sinx, dt = cosxdt*.



Пример. 

Замена  Получаем:



**Пример.** 

**Пример.**





***Для самостоятельного решения***

Найти интегралы:

.

. . .

. .

. .

. .

**Определенный интеграл**

**Пример.**

***Для самостоятельного решения***

Найти интегралы**:**

  

 

**Числовые ряды**

**Пример.** Определить сходимость ряда .



Вывод: ряд сходится.

**Пример**. Исследовать на сходимость ряд 

Применяем признак Даламбера:

.

Получаем, что этот ряд сходится при и расходится при .

Теперь определим сходимость в граничных точках 1 и –1.

При х = -1:  ряд сходится по признаку Лейбница

При х = 1:  ряд расходится (гармонический ряд).

***Для самостоятельного решения***

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный ряд

): 

Исследовать сходимость ряда с помощью предельного признака (эталонный ряд ): 

Исследовать сходимость ряда по признаку Даламбера: 

Найти условную или абсолютную сходимость ряда: 

***Степенные ряды***

**Пример**. Найти область сходимости ряда 

Находим радиус сходимости .

Следовательно, данный ряд сходится при любом значении *х*. Общий член этого ряда стремится к нулю.



***Для самостоятельного решения***

Найти область сходимости степенного ряда 

Найти длину интервала сходимости степенного ряда 

**Функции многих переменных**

**Пример.** Найти полный дифференциал функции 







***Для самостоятельного решения***

Найти частные производные 2-го порядка функции 

Найти экстремум функции 

Найти полный дифференциал функции при х=1, у=2, dx =0,1, dy=0,

Найти полный дифференциал функции 

1. **Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины (модуля)**

# Список рекомендуемой литературы

**а) основная литература**

# Высшая математика для экономистов : Учеб. пособие для экон.; Под ред. Н.Ш.Кремера, М. : ЮНИТИ,2012 г. URL:<https://rusneb.ru/catalog/000199_000009_006531827/>

1. Математика для экономистов : учебник для вузов / О. В. Татарников [и др.] ; под общей редакцией О. В. Татарникова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 593 с. —— URL: <https://urait.ru/bcode/510992>
2. Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике, учебное пособие, 1997. М.Наука <https://rusneb.ru/catalog/005664_000048_RU_RGPU_BIBL_249665179/>
3. Шипачев, В. С.  Высшая математика : учебное пособие для вузов / В. С. Шипачев. — 8-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 447 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/510530>
4. Лунгу К.Н. Высшая математика руководство к решению задач. М. Физматлит ,2008 <https://rusneb.ru/catalog/010003_000061_f371a016670a0297ff280e2a89bc6ec9/>

**б) дополнительная литература**

1. Хорошилова, Е. В.  Высшая математика. Лекции и семинары : учебное пособие для вузов / Е. В. Хорошилова. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 452 с. — URL: <https://urait.ru/bcode/517162>
2. Кудрявцев, Л.Д. Краткий курс математического анализа : учебник : в 2-х т.3-е изд., перераб. Москва Физматлит, 2010. URL:<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818>
3. Никитин, А. А.  Математический анализ. Сборник задач : учебное пособие для вузов / А. А. Никитин. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 353 с. — ISBN 978-5-9916-8585-6. — Текст : электронный // URL: <https://urait.ru/bcode/511120>

**в) профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» (htpps:/eivis.ru/);

– ИС «Национальная электронная библиотека (НЭБ)» (<https://rusneb.ru/>)

**10. Материально-техническое оснащение дисциплины**

Для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном;

– компьютерные классы, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютерами или иной информационно-образовательной среде СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

***Лицензионное программное обеспечение:***

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);

2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);

3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

Перечень ПО в свободном доступе: Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; MOODLE; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima, WplframAlpha.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов) необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.