Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет

имени Коста Левановича Хетагурова»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«**Теория вероятностей и математическая статистика**»

Направление подготовки:

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **«Программирование, анализ данных**

**и математическое моделирование»**

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки 2024

Владикавказ

2024

Рабочая программа

*обсуждена и утверждена* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 5 от 14.02.2024 г.);

*одобрена* советом факультета математики и компьютерных наук (протокол № 6 от 01.03.2024 г.);

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы понаправлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль: «Программирование, анализ данных и математическое моделирование», год начала подготовки 2024 (решение ученого совета от 28.03.2024, протокол № 8).

Составитель: доцент кафедры алгебры и анализа, к.ф.-м.н. Доев Ф.Х.

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з.е. (288 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Очная форма обучения |
| Курс | 2 |
| Семестр | 3/4 |
| Лекции | 34/34 |
| Практические занятия | 34/34 |
| Лабораторные занятия | - |
| Консультации |  |
| Итого аудиторных занятий | 68/68 |
| Самостоятельная работа | 40/67 |
| Курсовая работа | - |
| Зачет | +/- |
| Экзамен | 0/45 |
| Общее количество часов | 288 |

**2. Цели изучения дисциплины**

Формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью вероятностно-статистических методов.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.O.19. Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть.

Для успешного освоения дисциплины студенту необходимы знания, умения, навыки, полученные обучающимися в результате освоения дисциплин: линейная алгебра, аналитическая геометрия, математический анализ.

Знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной необходимы для изучения последующих дисциплин: «Введение в анализ данных», «Машинное обучение», при прохождении практик, а также при выполнении выпускной квалификационной работы».

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1);

Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач (ОПК-2).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код и формулировка компетенции** | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | - основные понятия теории вероятностей;  - случайные величины и их распределения;  - основные законы распределения случайных величин и их числовые характеристики;  - случайные вектора, понятие независимости случайных величин, условные распределения; | применять изученные методы решения типовых и практических задач с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики; | - навыками применения вероятностных и статистических методов для решения различных прикладных задач; |
| ОПК-1  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | распределение функций от случайных величин;  законы больших чисел;  центральная предельная теорема  основные понятия математической статистики;  теорию оценивания | пользоваться расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении вероятностных и статистических задач | навыками построения и исследования статистических критериев для решения прикладных задач с помощью различных статистических программ |
| ОПК-2  Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач | основные методы решения вероятностных задач, основанные на теоретическом и практическом опыте | выбирать оптимальное решение вероятностных задач с помощью алгебраических методов | - методами и средствами теории вероятностей и математической статистики  - методическими аспектами преподавания теории вероятностей и математической статистики в школе |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине** | **Занятия** | | **Самостоятельная работа студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| **л** | **пр.** | **Содержание** | **Часы** |
|  | Случайные события, операции над событиями. | 2 | 2 | - |  | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | Вероятностное пространство. Свойства вероятности. Классическое определение вероятности. Геометрические вероятности. | 4 | 6 | Системы аксиом. | 6 | Опрос,  проверка д/з Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Условные вероятности. Формула полной вероятности. Формулы Байеса. Независимость событий. | 4 | 6 | Независимость в совокупности. | 6 | Опрос,  проверка д/з Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли. | 4 | 4 | Обобщение теоремы Пуассона. Оценки в предельных теоремах. | 6 | Опрос,  проверка д/з Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Случайные величины. Распределение случайных величин. Независимость случайных величин. Закон больших чисел. | 4 | 8 | Неравенство Маркова. | 6 | Опрос,  проверка д/з Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Формулы композиции. Условное математическое ожидание. | 4 | 4 |  |  | Опрос,  Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Характеристические функции, их свойства. Центральная предельная теорема. | 4 | 2 | Теоремы непрерывности. | 10 | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | Виды сходимости случайных величин. Сравнение видов сходимости. | 4 | - | Примеры сравнения видов сходимости. | 6 | Опрос, проверка конспекта | [1]–[9] |
|  | Усиленный закон больших чисел. | 4 | - | Теорема Хинчина. Неравенство Колмогорова. | 8 | Опрос, проверка конспекта | [1]–[9] |
|  | Ковариация и коэффициент корреляции. Линейная регрессия. | 2 | 2 | Неравенство Коши-Буняковского. Криволинейная регрессия. | 8 | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | Статистическая модель. Элементы выборочной теории. | 4 | 2 | Асимптотическое поведение выборочных характеристик. | 8 | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | Статистические оценки. Состоятельность, несмещенность, оптимальность оценок. Методы точечного оценивания. Доверительное оценивание. | 6 | 4 | Асимптотические свойства оценок максимального правдоподобия. Доверительный интервал для дисперсии нормальной случайной величины. | 12 | Опрос,  проверка д/з Контрольная работа | [1]–[9] |
|  | Эффективные оценки. Экспоненциальная модель. Достаточность. | 2 | 2 | Полнота достаточных статистик. Теорема Рао-Колмогорова. | 12 | Опрос, проверка конспекта | [1]–[9] |
|  | Статистические гипотезы. Критерии проверки гипотез. | 8 | 6 | Критерий Колмогорова. Критерий Смирнова. | 9 | Опрос, проверка конспекта | [1]–[9] |
|  | Параметрические гипотезы. | 4 | 2 | Теорема Неймана-Пирсона в дискретной модели. Примеры. | 10 | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | Элементы метода Монте-Карло. | 2 | 2 |  |  | Опрос,  проверка д/з | [1]–[9] |
|  | **Итого** | 68 | 68 |  | 107 |  |  |

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий;

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на лекции или практическом занятии;

– конспект по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– проверка домашних заданий, практических (лабораторных) работ.

Форма *рубежного контроля:* контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* зачет/экзамен.

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (15 баллов)**

1. Имеются 5 карточек с цифрами 1; 2; 7; 8; 9. Случайным образом выбираются 3 карточки и выкладываются в порядке извлечения. Какова вероятность того, что полученное трехзначное число четно? (3 балла)
2. Из множества {1, 2, …, 30} выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что ровно два из них нечетные и кратны 5. (2 балла)
3. Точка А равномерно распределена в единичном квадрате с вершинами (0,0); (0,1); (1,0); (1,1). Найти вероятность того, что ордината А меньше 1/3 и больше абсциссы. (2 балла)
4. В первой урне 3 красных и 4 синих шарика, во второй и третьей урнах по 2 красных и по 3 синих. Из каждой урны извлекли по одному шарику. Найти вероятность того, что среди извлеченных шариков ровно один красный. (2 балла)
5. 10 человек заходят в 10 вагонов. Найти вероятность того, что один из вагонов окажется пустым. (3 балла)
6. В колоду карт в 36 листов добавили еще две карты, извлеченные случайным образом из другой такой же колоды. Затем из пополненной колоды извлекли одну карту. Найти вероятность того, что она пиковая. (3 балла)

**8.3. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (15 баллов)**

1. В колоду карт в 36 листов добавили одну карту, извлеченную из другой такой же колоды. Затем из пополненной колоды извлекли две карты, которые оказались пиковыми. Найти условную вероятность того, что в колоду добавлена пиковая карта. (3 балла)
2. Пять раз подбросили по две игральные кости. Найти вероятность того, что два раза сумма выпавших чисел будет четной. (3 балла)
3. Из урны, в которой 3 белых и 2 красных шара по схеме случайного выбора без возвращения по одному извлекают шары до появления красного шара. Составить закон распределения случайной величины Х – числа извлечений. Вычислить М(Х) и D(Х). (3 балла)
4. Случайная величина Х имеет равномерное распределение на [0;5]. Найти вероятность того, что в четырех независимых испытаниях Х хотя бы один раз примет значение из промежутка [0;2]. (3 балла)
5. Случайная величина Х задана плотностью распределения *p*

Найти с, F(*x*), вычислить М(Х), D(Х). (3 балла)

**8.4. Вопросы к зачету/экзамену**

**Вопросы к зачету (3 семестр)**

1. Вероятностное пространство.
2. Системы аксиом.
3. Условные вероятности.
4. Схема Бернулли. Теорема Пуассона.
5. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
6. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
7. Случайные величины в конечном пространстве.
8. Независимость случайных величин.
9. Закон больших чисел.
10. Случайные величины.
11. Многомерные распределения.
12. Формулы композиции.
13. Общее определение математического ожидания.
14. Формулы вычисления математического ожидания.
15. Характеристические функции.
16. Центральная предельная теорема.
17. Лемма Бореля – Кантелли.
18. Виды сходимости.
19. Усиленный закон больших чисел.

**Вопросы к экзамену (4 семестр)**

1. Числовые характеристики зависимости двух случайных величин.
2. Уравнение линейной регрессии.
3. Статистическая модель.
4. Выборка. Эмпирическая функция распределения.
5. Выборочные характеристики.
6. Статистические распределения, связанные с нормальным.
7. Статистические оценки.
8. Оптимальные оценки.
9. Эффективные оценки.
10. Экспоненциальная модель.
11. Методы точечного оценивания.
12. Доверительное оценивание.
13. Доверительный интервал для среднего в первой нормальной модели.
14. Статистические гипотезы.
15. Критерии проверки гипотезы о виде распределения.
16. Критерии проверки гипотезы однородности.
17. Критерий χ-квадрат проверки гипотезы независимости.
18. Параметрические гипотезы.
19. Критерий Неймана – Пирсона.
20. Элементы метода Монте-Карло.

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература:**

1. Кацман, Ю. Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы: учебник / Ю. Кацман; Национальный исследовательский Томский политехнический университет. – Томск : Издательство Томского политехнического университета, 2013. – 131 с.– URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=442107>.
2. Колемаев, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / В. А. Колемаев, В. Н. Калинина ; под ред. В. А. Колемаева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юнити-Дана, 2017. – 352 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=692063>.
3. Ширяев, А. Н. Вероятность-1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2007. – 552 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63256>.
4. Ширяев, А. Н. Вероятность-2 : Суммы и последовательности случайных величин –– стационарные, мартингалы, марковские цепи : учебник : в 2 книгах / А. Н. Ширяев. – Изд. 4-е, перераб. и доп. – Москва : МЦНМО, 2007. – 416 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63257>.
5. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. – 3-е изд., стер. – Москва: Дашков и К, 2020. – 472 с.: ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173>.
6. Волощук, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: В.А. Волощук ; Научная книга. – 2-е изд. – Саратов: Научная книга, 2020. – 48 с.: табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578602>.

**б) дополнительная литература:**

1. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике : учебное пособие : [16+] / В. Е. Гмурман. – Изд. 3-е, перераб. и доп. – Москва : Высшая школа, 1979. – 400 с.– URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458330>.
2. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике, математическому программированию: учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 8-е изд. – Москва : Дашков и К, 2017. – 432 с.: табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450779> ).
3. Гринь, А.Г. Цепи Маркова: учебное пособие / А.Г. Гринь ; Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск: Омский гос. университет им. Ф.М. Достоевского, 2019. – 42 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575788>.

**в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– Образовательный математический сайт (<http://www.exponenta.ru>);

– Решение математики онлайн (<https://math24.pro/>);

– Математическое образование: общедоступная электронная библиотека (<https://www.mathedu.ru/>);

– WolframAlpha (<https://www.wolframalpha.com/>);

– Math-net.RU – профессиональная база данных (<https://www.mathnet.ru/>);

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» ([htpps:/eivis.ru/](about:blank));

– ИС «Национальнаяэлектронная библиотека (НЭБ)»(<https://rusneb.ru/>).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных и практических занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной).

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; MOODLE; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima, WplframAlpha.