Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет

имени Коста Левановича Хетагурова»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«**Алгебра и теория чисел**»

Направление подготовки:

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **«Программирование, анализ данных**

**и математическое моделирование»**

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки 2024

Владикавказ

2024

Рабочая программа

*обсуждена и утверждена* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 5 от 14.02.2024 г.);

*одобрена* советом факультета математики и компьютерных наук (протокол № 6 от 01.03.2024 г.);

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы понаправлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль: «Программирование, анализ данных и математическое моделирование», год начала подготовки 2024 (решение ученого совета от 28.03.2024, протокол № 8).

Составитель: профессор кафедры алгебры и анализа, д.ф.-м.н. Койбаев В.А.

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е. (180 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Очная форма обучения |
| Курс | 2 |
| Семестр | 3 |
| Лекции | 34 |
| Практические занятия | 34 |
| Лабораторные занятия | - |
| Консультации |  |
| Итого аудиторных занятий | 68 |
| Самостоятельная работа | 67 |
| Курсовая работа | - |
| Зачет | - |
| Экзамен | 45 |
| Общее количество часов | 180 |

**2. Цели изучения дисциплины**

Цели изучения дисциплины – базовая подготовка бакалавра в области высшей алгебры и теории чисел, а также

– выстраивание общего контекста математического мышления как культурной формы деятельности, определяемой как структурными особенностями математического знания, так и местом математики в системе наук;

– развитие способности применять общие алгебраические методы к конкретным прикладным задачам;

– формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью математических структур и их свойств.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.В.2. Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в рамках школьных курсов «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия», а также дисциплин «линейная алгебра» и «аналитическая геометрия».

Знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной необходимы для изучения последующих дисциплин: «Квантовые вычисления», «Математическое моделирование», «Криптография и защита информации», «Функциональный анализ» и др.

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

Способен проводить научно-исследовательские разработки по отдельным разделам темы в области прикладной математики и информационных технологий (ПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Компетенции** | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Код и формулировка** | **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | фундаментальные понятия и определения алгебры и теории чисел: множества и отображения, виды отображений, простые числа, основы теории делимости, основные теоретико-числовые функции, сравнения, системы сравнений, Сравнения с одним неизвестным, методы решения сравнений, Диофантовы уравнения.  основные понятия и определения конечных и бесконечных алгебраических структур, элементы прикладной алгебры. | применять полученные методы и модели к решению типовых и практических задач-определять виды отображений, виды конечных и бесконечных структур, сводить задачи к решению системы сравнений, сравнения с одним неизвестным, | Владеть навыками строгого доказательства утверждений и теорем алгебры и теории чисел, владеть приёмами построения расширений полей, построения классов вычетов по различным модулям, построение таблиц Кэли, построения гомоморфизма |
| ПК-1  Способен проводить нау­чно-исследовательские разработки по отдельным разделам темы в области прикладной математики и информационных технологий | основы теории групп; основы теории полей; основы теории колец, основные понятия и определения конечных и бесконечных структур, элементы прикладной алгебры. | применять аппарат теории групп, колец и полей для решения прикладных и исследовательских задач. | навыками применения алгебраических и теоретико-числовых методов для решения различных задач в прикладной алгебре, защите информации и криптографии |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине** | **Занятия** | | **Самостоятельная работа студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| **л** | **пр.** | **Содержание** | **Часы** |
|  | Элементы теории делимости целых чисел. Простые числа. Решето Эратосфена. Основные теоретико-числовые функции. | 4 | 4 | Тесты на простоту. Простые числа специального вида | 9 | Опрос,  проверка д/з,  контрольная работа | [7-8] |
|  | Системы вычетов. Множество классов вычетов. Сравнения и их свойства, сравнения с одним неизвестным. Теорема Эйлера. Теорема Ферма. Китайская теорема об остатках. | 6 | 6 | Диофантовы уравнения. | 8 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [7-8] |
|  | Символ Лежандра. Символ Якоби.  Квадратичный закон взаимности. p-адические числа | 4 | 4 | Вычисление символов Лежандра и Якоби. | 10 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [7-8] |
|  | Группы, подгруппы. Примеры.  Циклические группы. Порядок элемента.  Смежные классы.  Факторизация. Фактор-группа. | 6 | 6 | Группа GL(n,k), её подгруппы, различные задачи | 10 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [1-6] |
|  | Кольцо. Примеры. Идеалы колец. Фактор-кольцо. | 4 | 4 | Построение классов вычетов по различным модулям. Построение таблиц Кэли. Нахождение обратимых элементов, делителей нуля. | 12 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [1-6] |
|  | Поле. Подполе. Характеристика поля. Расширение полей. Конечные поля. | 6 | 6 | Построение примеров расширения полей | 10 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [1-6] |
|  | Алгебраические и теоретико-числовые основания защиты информации | 4 | 4 | Система RSA | 8 | Опрос,  проверка д/з.  контрольная работа | [7-8] |
|  | **Итого** | 34 | 34 |  | 67 |  |  |

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, практические (семинарские) занятия, самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий;

– подготовка доклада/конспекта по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– подготовка к выполнению практических (лабораторных) работ;

– подготовка к промежуточной аттестации (зачету/экзамену);

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на лекции или практическом занятии;

– проверка домашних заданий, практических (лабораторных) работ.

Форма *рубежного контроля:* контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* экзамен

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (15 баллов)**

1. Найти σ(957). (1б)
2. Найти τ(257). (1б)
3. Найти φ(957). (1б)
4. Разложить в цепную дробь число 2б)
5. Решить сравнение: 12+27x ≡ 18(mod 5) (2б)
6. Решить диофантовое уравнение: (2б)
7. Решить систему сравнений (3б)
8. Чему равен символ Лежандра (). (3б)

**8.3. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (15 баллов)**

все задания по 3б

1. Показать, что множество **Z** чисел, кратных числу , в кольце  **Z** целых чисел будет идеалом.
2. Показать, что множество  **Z** целых чисел в кольце  **Z** целочисленных многочленов будет подгруппой по сложению и подкольцом.

3.Отображение T:C\*→R\* T(x)=является гомоморфизмом?

4. Найти порядок элемента

5. Является ли множество чисел вида a + b , где a и b рациональные, относительно обычных операций сложения и умножения полем? Расширением какого поля оно является и какой степени это расширение?

**8.4. Вопросы к экзамену**

1. Основные теоретико-числовые функции
2. НОД, НОК, алгоритм Евклида.
3. Простые числа Решето Эратосфена
4. Сравнения и их свойства
5. Сравнения с одним неизвестным. Методы решения
6. Теорема Эйлера. Теорема Ферма
7. Китайская теорема об остатках.
8. Диофантовы уравнения
9. Символ Лежандра. Символ Якоби.
10. P-адические числа
11. Группы, подгруппы (определение)
12. Циклические группы
13. Смежные классы. Нормальная подгруппа
14. Фактор-группа
15. Теоремы о гомоморфизме
16. Коммутант групп. Центр групп.
17. Группа GL(n,k) и её подгруппы
18. Кольцо. Подкольцо. Примеры.
19. Идеал кольца, примеры
20. Фактор-кольцо.
21. Кольцо классов вычетов.
22. Делители нуля, нильпотентные элементы
23. Фактор-кольцо по максимальному (простому) идеалу.
24. Поле. Подполе. Примеры
25. Характеристика поля.
26. Расширение полей. Теорема о расширении полей.
27. Простое алгебраическое расширение поля.
28. Конечные поля. Примеры.

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

1. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – Москва : Физматлит, 2010. – 278 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>.

2. Ленг, С. Алгебра / С. Ленг. – Москва : Наука, 1965. – 558 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464071>.

3. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>.

4. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140>).

5. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 2. Линейная алгебра. – 368 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>.

6.Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 3. Основные структуры алгебры. – 272 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>.

7. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – Москва : Просвещение, 1966. – 383 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831>.

8. Виноградов, И.М. Основы теории чисел : учебник / И.М. Виноградов ; ред. А.Э. Рывкин. – 6-е изд., испр. – Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 181 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449924>.

**б) дополнительная литература:**

9. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. Ю.И. Манин ; пер. Г.В. Дорофеев. – Москва : Наука, 1966. – Ч. 3. Модули, кольца, формы. – 552 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112124>.

10. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. Ю.И. Манин ; пер. В.Е. Говоров, Ю.И. Манин, А.В. Михалев и др. – Москва : Наука, 1965. – Ч. 2. Многочлены и поля. Упорядоченные группы. – 298 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112119>.

11. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. С.М. Половинкин ; пер. Д.А. Райков. – Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1962. – Ч. 1. Алгебраические структуры. Линейная и полинейная алгебра. – 513 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112121>.

**в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– Образовательный математический сайт (<http://www.exponenta.ru>);

– Решение математики онлайн (<https://math24.pro/>);

– Math-net.RU – профессиональная база данных (<https://www.mathnet.ru/>);

– NIST Digital Library of Mathematical Functions (Электронная библиотека математических функций) (<https://dlmf.nist.gov/>);

– Math.ru/lib – книги, видеолекции (<https://math.ru/lib>);

– WolframAlpha (<https://www.wolframalpha.com/>);

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» ([htpps:/eivis.ru/](about:blank));

– ИС «Национальнаяэлектронная библиотека (НЭБ)»(<https://rusneb.ru/>).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных, практических и лабораторных занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; MOODLE; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima, WolframAlpha.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.