Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет

имени Коста Левановича Хетагурова»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«**Линейная алгебра**»

Направление подготовки:

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **«Программирование, анализ данных**

**и математическое моделирование»**

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки 2024

Владикавказ

2024

Рабочая программа

*обсуждена и утверждена* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 5 от 14.02.2024 г.);

*одобрена* советом факультета математики и компьютерных наук (протокол № 6 от 01.03.2024 г.);

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы понаправлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль: «Программирование, анализ данных и математическое моделирование», год начала подготовки 2024 (решение ученого совета от 28.03.2024, протокол № 8).

Составитель: профессор кафедры алгебры и анализа д.ф.-м.н. Койбаев В.А.

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 з. е. (288 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Очная форма обучения |
| Курс | 1 |
| Семестр | 1/2 |
| Лекции | 34/34 |
| Практические занятия | 34/34 |
| Лабораторные занятия | - |
| Консультации |  |
| Итого аудиторных занятий | 68/68 |
| Самостоятельная работа | 31/22 |
| Курсовая работа | - |
| Зачет | - |
| Экзамен | 45/54 |
| Общее количество часов | 288 |

**2. Цели изучения дисциплины**

Цель изучения дисциплины – базовая подготовка бакалавра в области высшей алгебры, основ линейной алгебры; выстраивание общего контекста математического мышления как культурной формы деятельности, определяемой как структурными особенностями математического знания, так и местом математики в системе наук; развитие способности применять общие алгебраические к конкретным прикладным задачам; формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью математических структур и их свойств.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.O.07. Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть.

Для успешного освоения дисциплины необходимы знания, полученные обучающи­мися в рамках школьных курсов «Алгебра и начала математического анализа», «Геометрия».

Знания, умения и навыки, формируемые данной учебной дисциплиной необходимы для изучения последующих дисциплин: «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Введение в анализ данных», «Выполнение и защита выпускной квалификационной работы» и др.

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код и формулировка компетенции** | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | принципы сбора, отбора и обобще­ния информации | соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности | практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов |
| ОПК-1  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | – основные понятия линейной алгебры:  множества и отображения, векторное пространство, базис, размерность, линейный оператор, собственные числа и собственные векторы, евклидово и унитарное пространства;  – фундаментальные факты линейной алгебры: основы теории делимости,  теорию комплексных чисел, теорию многочленов и действия над ними, теорию перестановок,  теорию матриц и определителей | применять изученные методы линейной алгебры к решению типовых и практических задач:  – определять виды отображений,  – решать задачи на делимость,  – производить действия над комплексными числами, перестановками, матрицами,  – вычислять определители,  находить собственные значения и векторы. | – навыками применения алгебраических методов для решения различных прикладных задач, в том числе: методами нахождения корней полиномов;  методами выведение тригонометрических формул с помощью комплексных чисел; методами решения систем линейных уравнений различного вида;  – навыками применения методов и понятий линейной алгебры для дальнейшего изучения анализа данных, машинного обучения и др. дисциплин |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№ темы** | **Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине** | **Занятия** | | **Самостоятельная работа студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| **л** | **пр.** | **Содержание** | **Часы** |
|  | Множества и действия над ними. Отображения. Виды отображений Комбинаторика. Метод мат. индукции. | 4 | 4 | Бинарные отношения, отношение эквивалентности, классы эквивалентности, разбиение множества. Число подмножеств конечного множества | 7 | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Перестановки | 2 | 2 |  |  | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Матрицы и элементарные действия над ними Определитель. Вычисление определителей 2 и 3 порядков. | 6 | 6 | Матрицы специального вида | 4 | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Системы линейных уравнений. Общая постановка задачи. Методы решения | 6 | 6 | Однородные системы линейных уравнений | 6 | Опрос, проверка д/з, контрольная работа | [1-6] |
|  | Определители. Свойства определителей. Методы вычисления. Матрицы. Специальные виды матриц. Нахождение обратной матрицы. Матричные уравнения. | 6 | 6 | Свойства определителей. Алгебраическое дополнение. Разложение определителя по элементам строки (столбца). Методы вычисления определителей специального вида | 6 | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Алгебраическая и тригонометрическая форма компл. чисел. Возведение в степень и извлечение корня | 4 | 4 |  |  | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Многочлены. Алгоритм Евклида для многочленов. Неприводимые многочлены. Основная теорема алгебры. | 6 | 6 | Корни полиномов. Теорема Эйзенштейна. Формулы Виетта для многочлена степени n. | 8 | Опрос, проверка д/з, контрольная работа | [1-6] |
|  | **Итого за 1 семестр** | **34** | **34** |  | **31** |  |  |
|  | Интерполяция. Интерполяционный многочлен | 6 | 6 |  |  | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Ранг матрицы. Методы нахождения. | 2 | 2 |  |  | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Векторное пространство. Примеры.  Векторное подпространство. ЛНС и ЛЗС.  Базис. Размерность. | 8 | 8 | Нахождение базиса пересечения подпространств.  Изоморфизм линейных пространств. | 8 | Опрос, проверка д/з, контрольная работа | [1-6] |
|  | Линейный оператор. Ядро и образ линейного отображения.  Матрица линейного оператора. Характеристический многочлен матрицы, характеристические числа. Терема Гамильтона-Кэли. Собственные числа и собственные векторы. | 10 | 10 | Эквивалентные матрицы. Подобные матрицы. | 6 | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Спектр оператора. Жорданова форма. | 4 | 4 |  |  | Опрос, проверка д/з | [1-6] |
|  | Евклидово пространство. Унитарное пространство. | 4 | 4 | Матрица Грама. Неравенство Коши –Буняковского. | 8 | Опрос, проверка д/з, контрольная работа | [1-6] |
|  | **Итого за 2 семестр** | **34** | **34** |  | **22** |  |  |

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные техно­логии: лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий, подготовка к выполнению практических работ;

– подготовка доклада/конспекта по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– подготовка к промежуточной аттестации (зачету/экзамену).

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на лекции или практическом занятии;

– доклад / реферат / конспект по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– проверка домашних заданий, практических (лабораторных) работ.

Форма *рубежного контроля:* тест/контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* экзамен.

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (1 семестр)**

**(УК-1, ОПК-1: каждое задание по 3 балла)**

1. Вычислить произведение перестановок .
2. Разложить перестановку в произведение транспозиций.
3. Найти образ отображения (из R в R), определить тип.
4. Найти НОД многочленов x2 – x + 1 и x3+1.
5. Вычислить (1 - i)80.

**8.3. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (теста) (1 семестр)**

**(УК-1, ОПК-1: каждое задание по 3 балла)**

1. Вычислить произведение матриц
2. Вычислить значения многочлена от матрицы A
3. Вычислить определитель
4. Вычислить определитель
5. Решить систему линейных уравнений

**8.4. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (2 семестр)**

**(УК-1, ОПК-1: каждое задание по 5 баллов)**

1. Дан вектор и дан новый базис f1 (8,-4,3),f2 (1,-1,1), f3(5,-2,1). Найти координаты вектора в новом базисе.   
2. V и U – векторные подпространства, натянутые на вектора (a1, a2, a3) и (b1, b2, b3) соответственно, где

a1(1,1,-3,2) b1(-1,1,1,-1)

a2(-3,1,0,1) b2(0,-1,-1,3)

a3(1,1,-2,0) b3(1,1,1,-5)

найти базис UV.

3. Оператор T(x) = (3-2) является линейным? Найти матрицу этого оператора.

**8.5. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (теста) (2 семестр)**

**(УК-1, ОПК-1: каждое задание по 3 балла)**

1. Оператор

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| V | W |  |
|  |  |  |

является линейным?

1. Найти матрицу оператора  в  в базисе из единичных векторов.

3. Найти ядро линейного оператора, заданного матрицей:

4.Найти размерность ядра линейного оператора, заданного в некотором базисе матрицей:

.

5.Вычислить собственные значения и собственные векторы линейного оператора, в некотором базисе заданного матрицей:

**8.6. Вопросы к зачету/экзамену**

**1 семестр**

1. Операции над множествами.
2. Отношение эквивалентности.
3. Классы эквивалентности.
4. Число подмножеств конечного множества.
5. Типы отображений.
6. Перестановки.
7. Матрицы и действия над ними.
8. Свойства операций над матрицами.
9. Матрицы специального вида.
10. Определитель порядка n (определение).
11. Алгебраическое дополнение.
12. Свойства определителей.
13. Определитель Вандермонда.
14. Определитель произведения двух матриц. Обратная матрица.
15. Строение множества решений неоднородной системы.
16. Решение линейных систем с невырожденной основной матрицей.
17. Комплексные числа.
18. Геометрическое изображение, алгебраическая и тригонометрическая формы записи комплексного числа.
19. Формула Муавра
20. Извлечение корней, корни из единицы.
21. Операции над многочленами, НОД многочленов.
22. Схема Горнера.
23. Формулы Виета.
24. Корни многочленов и их кратность.
25. Неприводимые многочлены.
26. Основная теорема высшей алгебры.
27. Неприводимые многочлены над полем действительных чисел и над полем рациональных чисел.

**2семестр**

1. Интерполяционная формула Лагранжа.
2. Ранг матрицы.
3. Ранг матрицы в терминах определителей.
4. Определение ранга матрицы при помощи элементарных преобразований.
5. Однородные системы линейных уравнений.
6. Строение множества решений системы линейных однородных уравнений.
7. Теорема Кронекера-Капелли. Неоднородные системы.
8. Определение линейного пространства.
9. Линейные комбинации элементов линейного пространства.
10. Порождающие системы.
11. Базис и размерность линейного пространства.
12. Координаты элемента в фиксированном базисе.
13. Замена базиса и преобразование координат.
14. Изоморфизм линейных пространств.
15. Сумма и пересечение подпространств.
16. Линейный оператор. Ядро и образ линейного оператора.
17. Характеристический полином матрицы.
18. Теорема Гамильтона – Кэли.
19. Собственные числа и собственные векторы.
20. Квадратичная форма.
21. Преобразование квадратичной формы к каноническому виду.
22. Ранг квадратичной формы.
23. Положительно определенные квадратичные формы.
24. Закон инерции квадратичной формы.
25. Евклидово пространство.
26. Унитарное пространство.

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература:**

* + - 1. Ильин, В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. – 6-е изд., стереотип. – Москва : Физматлит, 2010. – 278 с. – (Курс высшей математики и математической физики. Вып. 4). – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68974>.
      2. Ленг, С. Алгебра / С. Ленг. – Москва : Наука, 1965. – 558 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464071>.
      3. Винберг, Э.Б. Курс алгебры : учебник / Э.Б. Винберг. – Москва : МЦНМО, 2011. – 591 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63299>.
      4. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 1. Основы алгебры. – 273 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140> ).
      5. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 2. Линейная алгебра. – 368 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144>.
      6. Кострикин, А.И. Введение в алгебру : учебник / А.И. Кострикин. – Москва : МЦНМО, 2009. – Ч. 3. Основные структуры алгебры. – 272 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=62951>.

**б) дополнительная литература:**

* + - 1. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. Ю.И. Манин ; пер. Г.В. Дорофеев. – Москва: Наука, 1966. – Ч. 3. Модули, кольца, формы. – 552 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112124> Текст : электронный.
      2. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. Ю.И. Манин ; пер. В.Е. Говоров, Ю.И. Манин, А.В. Михалев и др. – Москва : Наука, 1965. – Ч. 2. Многочлены и поля. Упорядоченные группы. – 298 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112119>– Текст : электронный.
      3. Бурбаки, Н. Алгебра / Н. Бурбаки ; ред. С.М. Половинкин ; пер. Д.А. Райков. – Москва : Гос. изд-во физико-математической лит., 1962. – Ч. 1. Алгебраические структуры. Линейная и полинейная алгебра. – 513 с. – (Элементы математики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112121>.
      4. Бухштаб, А.А. Теория чисел / А.А. Бухштаб. – Москва : Просвещение, 1966. – 383 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=454831>.
      5. Виноградов, И.М. Основы теории чисел : учебник / И.М. Виноградов ; ред. А.Э. Рывкин. – 6-е изд., испр. – Москва ; Ленинград : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1952. – 181 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=449924>.

**в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– Образовательный математический сайт (<http://www.exponenta.ru>);

– Решение математики онлайн (<https://math24.pro/>);

– Math-net.RU – профессиональная база данных (<https://www.mathnet.ru/>);

– NIST Digital Library of Mathematical Functions (Электронная библиотека математических функций) (<https://dlmf.nist.gov/>);

– Math.ru/lib – книги, видеолекции (<https://math.ru/lib>);

– WolframAlpha (<https://www.wolframalpha.com/>);

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» ([htpps:/eivis.ru/](htpps://eivis.ru/));

– ИС «Национальнаяэлектронная библиотека (НЭБ)»(<https://rusneb.ru/>).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных и практических занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; MOODLE; LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima, WplframAlpha.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.