Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет

имени Коста Левановича Хетагурова»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«**Функциональный анализ**»

Направление подготовки:

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **«Программирование, анализ данных**

**и математическое моделирование»**

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки 2024

Владикавказ

2024

Рабочая программа

*обсуждена и утверждена* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол № 5 от 14.02.2024г.);

*одобрена* советом факультета математики и компьютерных наук (протокол № 6 от 01.03.2024 г.);

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы понаправлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль: «Программирование, анализ данных и математическое моделирование», год начала подготовки 2024 (решение ученого совета от 28.03.2024, протокол № 8).

Составитель: профессор кафедры алгебры и анализа, д.ф.-м.н. Бичегкуев М.С.

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 з.е. (180 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | форма обучения |
| Курс | 3 |
| Семестр | 5 |
| Лекции | 34 |
| Практические занятия | 34 |
| Лабораторные занятия | - |
| Консультации |  |
| Итого аудиторных занятий | 68 |
| Самостоятельная работа | 67 |
| Курсовая работа | - |
| Зачет | - |
| Экзамен | 45 |
| Общее количество часов | 180 |

**2. Цели изучения дисциплины**

Цель изучения дисциплины – ознакомление студентов с базовыми понятиями и методами функционального анализа и подходами к их практическому использованию.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.O.22. Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть.

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в рамках школьного курса алгебры, а также в результате освоения дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, алгебра и теория чисел, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения.

Приступая к изучению дисциплины, студент должен:

*знать* методы математического анализа, понятия функции, непрерывности, дифференцируемости, пространства векторов.

*уметь* решать задачи из курса математического анализа теории функций действительного переменного.

*владеть* методами математического доказательства, основными положениями теории непрерывности и дифференцируемости.

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

В результате освоения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код и формулировка компетенции** | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | - общую теорию меры и интеграла  - свойства функциональных пространств и операторов | - применять полученные методы и модели к решению типовых и практических задач с использованием аппарата теории вероятностей и математической статистики;  - пользоваться расчетными формулами, теоремами, таблицами при решении вероятностных и статистических задач; | навыками математических методов и основ математического моделирования в практической деятельности, ясного, точного, грамотного изложения своих мыслей в устной и письменной речи, |
| ОПК-1  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | - методы функционального анализа, предназначенные для решения функциональных уравнений и задач бесконечномерной оптимизации | применять статистические методы для обработки результатов измерений, строить критерии для проверки гипотез;  -пользоваться библиотекой прикладных программ для статистических задач;  -применять полученные знания для изучения других дисциплин | навыками использования различных языков математики (словесного, символического, графического), свободного перехода с одного языка на другой для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине** | **Занятия** | | **Самостоятельная работа студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| л | пр | Содержание | Часы |
| 1. | Элементы теории меры и интеграла | 2 | 2 | Свойства интегралов | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 2. | Пространства с мерой | 2 | 2 | Примеры интегрирования простых функций. | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 3. | Интегрирование простых функций | 2 | 2 | Примеры интегрирования измеримых функций. | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 4. | Интегрирование измеримых функций | 4 | 4 | Свойства оператора. Примеры ограниченных операторов. | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 5. | Пространство Лебега | 4 | 4 | Примеры рядов в банаховом пространстве | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 6. | Нормированные пространства | 4 | 4 | Базис в гильбертовом пространстве. | 6 | Опрос,  вопросы в рубежной контрольной работе | [1-4] |
| 7. | Ряды в банаховом пространстве | 4 | 4 | Элементы нелинейного анализа. | 8 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 8. | Гильбертовы пространства | 4 | 4 | Гильбертовы пространства | 9 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 9. | Теорема об ортогональном дополнении | 4 | 4 | Теорема об ортогональном дополнении | 6 | Опрос, решение задач | [1-4] |
| 10. | Теорема Хана-Банаха и ее следствия | 4 | 4 | Теорема Хана-Банаха и ее следствия | 8 | Опрос,  вопросы в рубежной контрольной работе | [1-4] |
|  | ИТОГО | 34 | 34 |  | 67 |  |  |

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные технологии: лекции, практические занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работы студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий;

– подготовка доклада/конспекта по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– подготовка к выполнению практических работ;

– подготовка к промежуточной аттестации;

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на практическом занятии;

– проверка домашних заданий, решение задач на практическом занятии.

Форма *рубежного контроля:* контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* экзамен.

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерный вариант 1 рубежной контрольной работы (теста) (15 баллов)**

1. Приведите необходимые и достаточные условия на множества A, B и C, при которых справедливо равенство **(2 балла)**
2. С помощью характеристических функций множеств A и B опишите характеристическую функцию множества **(2 балла)**
3. Найдите лебегову меру множества на **(2 балла)**
4. Найдите меру Лебега множества в **(2 балла)**
5. Найдите лебегово множество функции , если **(2 балла)**
6. Докажите, что если , то для любого **(2 балла)**
7. Докажите, что всякое полукольцо является кольцом **(3 балла)**

**8.3. Примерный вариант 2 рубежной контрольной работы (теста) (15 баллов)**

**1.** Пусть удовлетворяет условию Липшица с постоянной Липшица . Доказать, что уравнение имеет одно единственное решение на отрезке . **(4 балла)**

**2.** Семейство функций обладает следующими свойствами:

а)

б)

Докажите, что – предкомпактно в . **(4 балла)**

1. Доказать, что нормированное пространство является банаховым пространством. **(4 балла)**
2. Найдите , где и . **(3 балла)**

**8.4. Вопросы к экзамену**

1. Понятие меры и интеграла
2. Свойства интегралов
3. Пространства с мерой
4. Интегрирование простых функций
5. Интегрирование измеримых функций
6. Пространство Лебега
7. Свойства банаховых пространств
8. Базис в гильбертовом пространстве
9. Теорема Рисса
10. Ряды в банаховом пространстве
11. Гильбертовы пространства
12. Теорема об ортогональном дополнении

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература:**

1. Колмогоров, А. Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебник : [16+] / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. – 7-е изд. – Москва : Физматлит, 2012. – 573 с. – (Классический университетский учебник). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82563>.
2. Функциональный анализ / ред. Л. А. Люстерник,, А. Р. Янпольский, С. Г. Крейн. – Москва : Наука, 1964. – 424 с. – (Справочная математическая библиотека). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112181>.
3. Иосида, К. Функциональный анализ / К. Иосида ; пер. с англ. В. М. Волосова. – Москва : Мир, 1967. – 623 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459742>
4. Треногин, В.А. Задачи и упражнения по функциональному анализу : учебное пособие / В.А. Треногин, Б.М. Писаревский, Т.С. Соболева. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2005. – 240 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82612>.

**б) дополнительная литература:**

1. Кириллов, К. А. Функциональный анализ : учебное пособие : [16+] / К. А. Кириллов, С. В. Кириллова, А. А. Кытманов ; Сибирский федеральный университет. – Краснoярск : Сибирский федеральный университет (СФУ), 2022. – 86 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=705346> – Библиогр.: с. 84. – ISBN 978-5-7638-4668-3. – Текст : электронный.
2. Кутузов, А. С. Введение в функциональный анализ : учебное пособие : [16+] / А. С. Кутузов. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 482 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=571413> – ISBN 978-5-4499-0433-1. – DOI 10.23681/571413. – Текст : электронный.
3. Глазырина, П. Ю. Функциональный анализ : типовые задачи : учебное пособие / П. Ю. Глазырина, М. В. Дейкалова, Л. Ф. Коркина ; Уральский федеральный университет им. первого Президента России Б. Н. Ельцина. – Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2016. – 219 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=689057> – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7996-1771-4. – Текст : электронный.
4. Половинкин, Е. С. Элементы выпуклого и сильно выпуклого анализа : учебное пособие : [16+] / Е. С. Половинкин, М. В. Балашов. – 2-е изд., испр. и доп. – Москва : Физматлит, 2007. – 439 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68370> – ISBN 978-5-9221-0896-6. – Текст : электронный.

**в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– Math-net.RU – профессиональная база данных (<https://www.mathnet.ru/>);

– Математическое образование: общедоступная электронная библиотека (<https://www.mathedu.ru/>);

– Образовательный математический сайт (<http://www.exponenta.ru>);

– Math.ru/lib – книги, видеолекции (<https://math.ru/lib>);

– WolframAlpha (<https://www.wolframalpha.com/>);

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» ([htpps:/eivis.ru/](about:blank));

– ИС «Национальнаяэлектронная библиотека (НЭБ)»(<https://rusneb.ru/>).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных, практических занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader.

Помещение для самостоятельной работы студентов: Зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.