Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение

высшего образования «Северо-Осетинский государственный университет

имени Коста Левановича Хетагурова»

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

«**Уравнения математической физики**»

Направление подготовки:

**01.03.02 Прикладная математика и информатика**

Профиль: **«Программирование, анализ данных**

**и математическое моделирование»**

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Год начала подготовки 2024

Владикавказ

2024

Рабочая программа

*обсуждена и принята* на заседании кафедры алгебры и анализа (протокол от 14.02.2024 г. № 5)

*одобрена* советом факультета математики и компьютерных наук (протокол № 6 от 01.03.2024 г.);

*утверждена* в составе Основной профессиональной образовательной программы понаправлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», профиль: «Программирование, анализ данных и математическое моделирование», год начала подготовки 2024 (решение ученого совета от 28.03.2024, протокол № 8).

Составитель: доцент кафедры алгебры и анализа, к.ф.-м.н. Тедеев А.Ф.

**1. Структура и общая трудоемкость дисциплины**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц (180 ч.).

|  |  |
| --- | --- |
|  | Очная форма обучения |
| Курс | 3 |
| Семестр | 5 |
| Лекции | 34 |
| Практические занятия | - |
| Лабораторные занятия | 34 |
| Консультации | - |
| Итого аудиторных занятий | 68 |
| Самостоятельная работа | 67 |
| Курсовая работа |  |
| Зачет | – |
| Экзамен | 45 |
| Общее количество часов | 180 |

**2. Цели освоения дисциплины**

Целью преподавания дисциплины «Уравнения математической физики» является: обучение студентов наиболее часто применяемым на практике методам при построении решений основных задач для эллиптических, гиперболических и параболических уравнений, описывающих модели различных физических явлений и процессов, умению использовать изученные методы для решения конкретных научных, практических и других задач; приобретение умений корректно ставить и решать начальные, начально-краевые и краевые задачи для уравнений в частных производных математической физики, а также видеть их физическую сущность; приобретение знаний и умений по использованию изученных методов для решения конкретных научных, практических и других задач.

**3. Место дисциплины в структуре ОПОП:**

Б1.O.23. Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть.

Для изучения дисциплины необходимы знания, полученные обучающимися в результате освоения дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, алгебра и теория чисел, аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения.

Приступая к изучению дисциплины, студент должен иметь представление о дифференциальном и интегральном исчислении функций многих переменных, об алгебре матриц, о теории рядов, системах координат и методах решения обыкновенных дифференциальных уравнений.

**4. Требования к результатам освоения дисциплины**

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач (УК-1);

Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности (ОПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| **Код м формулировка**  **компетенции** | **Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП** | | |
| **Знать:** | **Уметь** | **Владеть:** |
| УК-1  Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач | – принципы анализа, синтеза и системного подхода при решении задач математической физики | – логически мыслить;  – применять системный подход при решении задач математической физики | – опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов |
| ОПК-1  Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности | – определения основных понятий математической физики;  – формулировки основных теорем и методы их доказательства | – корректно ставить и решать краевые задачи для дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка;  – использовать изученные методы для решения научных и практических задач;  – самостоятельно разбираться в теоретическом материале, содержащемся в литературе | – навыками приме­нения различных методов для реше­ния уравнений математической физики;  – методами ре­шения неклас­сических краевых задач математи­ческой физики |

**5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины**

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **№** | **Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине** | Занятия | | **Самостоятельная работа студентов** | | **Формы контроля** | **Литература** |
| л | пр | Содержание | Часы |  |  |
| 1 | Основные понятия дисциплины. Классификация УЧП 2-го порядка и приведение к каноническому виду.  Вывод уравнения колебания струны. Постановка краевых задач | 2 | 2 | Изучение физических процессов, приводящих к уравнениям гиперболического типа | 4 | Устный опрос | [1-4] |
| 2 | Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач | 2 | 2 | Изучение физических процессов, приводящих к уравнениям параболического и эллиптического типов | 5 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 3 | Задача Коши. Формула Даламбера | 2 | 2 | Разработка алгоритмов и программирование методов численного интегрирования и визуализации решения | 6 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 4 | Формула Даламбера для неоднородного уравнения. Решение на полупрямой и отрезке | 2 | 2 | Разработка алгоритмов и программирование разностных методов решения уравнения колебания струны | 6 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 5 | Метод разделения переменных | 2 | 2 | Разработка алгоритмов и программирование разностных методов решения уравнения колебания струны | 6 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 6 | Собственные значения и собственные функции задачи Штурма - Лиувилля | 2 | 2 | Разработка алгоритмов и программирование разностных методов решения уравнения эллиптического типа в пространстве | 8 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 7 | Теоремы существования решения.  Корректность краевых задач. Классические и обобщенные решения | 2 | 2 |  |  |  | [1-4] |
| 8 | Принцип максимума.  Метод энергетических неравенств | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 9 | Теоремы единственности и устойчивости | 2 | 2 | Разностные методы решения краевых задач | 8 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 10 | Методы решения основных задач | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 11 | Функция источника | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 12 | Теоремы существования решения. Фундаментальное решение уравнения Лапласа | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 13 | Оператор Лапласа в криволинейных координатах: цилиндрические и сферические координаты | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 14 | Формулы Грина. Гармонические функции и их свойства.  Функция Грина. Формула Пуассона для шара и круга | 2 | 2 | Построение функции Грина для областей разной формы | 12 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
| 15 | Задача Дирихле, теоремы единственности и устойчивости. Задача Неймана, не единственность решения | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 16 | Уравнение Гельмгольца | 2 | 2 |  |  | Устный опрос | [1-4] |
| 17 | Теория потенциалов. Объемный потенциал. Свойства | 2 | 2 | Теория потенциалов. Потенциалы простого и двойного слоя. Свойства | 12 | Устный опрос,  доклад | [1-4] |
|  | **ИТОГО** | **34** | **34** |  | **67** |  |  |

**6. Образовательные технологии**

Согласно учебному плану при преподавании дисциплины используются традиционные образовательные техно­логии: лекции, практические (семинарские) занятия и самостоятельная работа студентов. Также при проведении занятий и самостоятельной работе студентов могут быть использованы:

**–** *интерактивные технологии* («мозговой штурм», дебаты, презентационный метод, работа в парах, работа в группах, деловая игра);

**–** *технологии контекстного обучения* **–** система дидактических форм, методов и средств, направленная на моделирование содержания будущей профессиональной деятельности специалиста (анализ конкретных ситуаций, методы работы с информационными базами данных, деловая игра и др.);

– *технологии электронного обучения* (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов СОГУ.

В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте или с использованием ЭИОС СОГУ.

**7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа проводится с целью:

– систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;

– углубления и расширения теоретических знаний;

– формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;

– формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;

– развития исследовательских навыков и умений.

По дисциплине предусмотрены следующие виды самостоятельной работы студентов:

– самостоятельное повторение и изучение теоретического материала;

– выполнение домашних заданий;

– подготовка доклада/конспекта по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– подготовка к выполнению практических (лабораторных) работ;

– подготовка к промежуточной аттестации (зачету/экзамену).

Содержание, трудоемкость и формы контроля внеаудиторной самостоятельной работы содержатся в разделе 5.

**8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости,**

**рубежной и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Основными *формами текущего контроля* по дисциплине являются:

– устный опрос на лекции или практическом занятии;

– доклад / реферат / конспект по теме, вынесенной на самостоятельное изучение;

– проверка домашних заданий, практических (лабораторных) работ.

Форма *рубежного контроля:* контрольная работа.

Формы *промежуточной аттестации:* экзамен.

**8.1. Формы контроля и критерии оценивания**

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Этап** | **Форма**  **контроля** | **Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)** | | | |
| **86-100 %** | **71–85%** | **50–70%** | **Менее 50%** |
| **отлично / зачет** | **хорошо / зачет** | **удовлетворительно / зачет** | **неудовлетворительно / незачет** |
| *1. Текущий контроль (max 20 баллов за один модуль)* | | | | | |
|  |  | 15–17 баллов | 12–14 баллов | 8–11 баллов | 0–7 баллов |
|  | Текущая работа в течение модуля  (мах 17б.) | Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя. | Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя. | Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя. |
|  |  | 3 балла | 2 балла | 1 балл | 0 баллов |
|  | Реферат /  доклад / конспект  (мах 3б.) | Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения. | Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения. | Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения. | Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения. |
| *2. Рубежный контроль (15 б. за один модуль)* | | | | | |
|  | тест /  контрольная работа | Количество баллов за выполнение каждого задания указываются в тесте / контрольной работе. | | | |
| *3. Промежуточная аттестация по дисциплине (max число баллов – в соответствии с действующим локальным нормативным актом)* | | | | | |
|  |  | Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов) | | | |
|  |  | 86–100 % | 71–85 % | 50–70 % | 0–49 % |
|  | Зачет /  Экзамен | Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента. | Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя. | Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции. | Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины. |

Пересчет полученной суммы баллов по дисциплине в оценку производится в соответствии с действующим локальным нормативным актом.

**8.2. Примерные задания для контрольных работ**

Привести к каноническому виду и проделать дальнейшие упрощения уравнения

1. К однородной струне, концы которой закреплены неподвижно, начиная с момента *t*=0, приложена непрерывно распределенная поперечная сила *f(x,t)*. Поставить краевую задачу для определения поперечных отклонений *u(x,t)* точек струны при t>0.
2. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях струны в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, предполагая, что концы струны закреплены жестко.
3. Поставить задачу о малых поперечных колебаниях струны в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, предполагая, что один конец свободен, а на другой действует переменная поперечная сила *F(t)*.
4. Начиная с момента *t*=0, один конец прямолинейного упругого однородного стержня совершает продольные колебания по заданному закону, а к другому приложена сила *F=F(t)*, направленная по оси стержня. В момент времени *t*=0 поперечные сечения были неподвижны и находились в не отклоненном положении. Поставить краевую задачу для определения малых продольных отклонений *u(x,t)* точек струны при t>0.
5. Поставить краевую задачу о малых продольных колебаниях однородного упругого стержня, который начиная с момента времени *t*=0 испытывает действие направленной вдоль оси *x* силы *f(x,t)*. Один конец стержня закреплен жестко, а другой испытывает сопротивление, пропорциональное скорости.
6. Поставить задачу об определении температуры в стержне с теплоизолированной боковой поверхностью при при условии, что начальная температура стержня равна а на концах стержня поддерживается нулевая температура.
7. Поставить задачу об определении температуры в стержне с теплоизолированной боковой поверхностью при при условии, что начальная температура стержня равна а на концах стержня () поддерживаются тепловые потоки и соответствено.

Решить следующие задачи методом разделения переменных:

2. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге ,с граничным условием
3. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге ,с граничным условием
4. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге ,с граничным условием
5. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге ,с граничным условием
6. Решить внутреннюю задачу Дирихле для уравнения Лапласа в круге ,с граничным условием

**8.3. Примерные тестовые задания**

1. Уравнение  описывает процесс:

колебания струны

колебания мембраны

нагревания пластины

1. Уравнение  с условиями  называется:

краевой задачей первого рода

первой краевой задачей

задачей Коши

задачей с начальными условиями

1. Уравнение  с условиями  называется:

краевой задачей первого рода

первой краевой задачей

задачей Коши

задачей с начальными условиями

1. Формула  решения задачи Коши для уравнения свободных колебаний струны называется:

формулой Гаусса-Остроградского

формулой Римана

формулой Даламбера

**8.4. Вопросы к экзамену**

1. Понятие уравнения с частными производными, порядок уравнения, линейность, однородность
2. Классификация уравнений с частными производными второго порядка
3. Характеристики. Характеристическое уравнение
4. Канонический вид уравнений с частными производными
5. Вывод уравнения колебания струны (мембраны)
6. Постановка краевых задач для уравнения колебания струны
7. Вывод уравнения теплопроводности (диффузии)
8. Постановка краевых задач для уравнений параболического типа
9. Постановка краевых задач для уравнений эллиптического типа
10. Формула Даламбера для однородного уравнения
11. Формула Даламбера для неоднородного уравнения
12. Формула Даламбера для полуоси
13. Формула Пуассона
14. Формула Кирхгофа
15. Устойчивость решения задачи Коши для уравнений параболического типа
16. Метод Римана
17. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных функций и собственных значений
18. Метод разделения переменных для однородного уравнения гиперболического типа
19. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения гиперболического типа
20. Метод разделения переменных для краевых задач общего вида
21. Принцип максимума для уравнения теплопроводности
22. Следствия из принципа максимума. Единственность решения начально-краевых задач для уравнения параболического типа
23. Метод энергетических неравенств. Общая схема метода
24. Неравенство Фридрихса
25. Лемма Гронуолла
26. Априорные оценки
27. Обобщенные функции и обобщенные решения
28. Разностные методы решения краевых задач
29. Метод разделения переменных для однородного уравнения параболического типа
30. Метод разделения переменных для неоднородного уравнения параболического типа
31. Метод разделения переменных для двумерного уравнения
32. Функция источника
33. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Цилиндрические координаты
34. Оператор Лапласа в криволинейных координатах. Сферические координаты
35. Формулы Грина
36. Гармонические функции и их свойства
37. Принцип максимального значения и теорема единственности задачи Дирихле
38. Задача Неймана.
39. Единственность внешних краевых задач
40. Объемный потенциал и его свойства
41. Потенциал простого слоя и его свойства
42. Потенциал двойного слоя и его свойства
43. Интегральные уравнения Фредгольма и Вольтерра первого и второго рода
44. Существование решения интегральных уравнений

**9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины**

**а) основная литература:**

1. Палин, В. В.  Методы математической физики. Лекционный курс : учебное пособие для академического бакалавриата / В. В. Палин, Е. В. Радкевич. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 222 с. — (Бакалавр. Академический курс)  // ЭБС Юрайт. — Электронный ресурс, URL: <https://urait.ru/bcode/438305>.
2. Ильин, А.М. Уравнения математической физики : учебное пособие / А.М. Ильин. – Москва : Физматлит, 2009. – 192 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69318>
3. Методы математической физики : учебное пособие / Ю.В. Гриняев, Л.Л. Миньков, С.В. Тимченко, В.М. Ушаков ; Томский Государственный университет систем управления и радиоэлектроники (ТУСУР). – Томск : Эль Контент, 2012. – 148 с. : ил.,табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=208645>.
4. Байков, В. А.  Уравнения математической физики : учебник и практикум для академического бакалавриата / В. А. Байков, А. В. Жибер. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2019. — 254 с. — (Бакалавр. Академический курс). — URL: <https://urait.ru/bcode/437520> .

**б) дополнительная литература:**

1. Розендорн, Э.Р. Уравнения с частными производными : учебник / Э.Р. Розендорн, Е.С. Соболева, Г.М. Фатеева ; ред. Э.Р. Розендорн. – 2-е изд., стер. – Москва : Физматлит, 2017. – 334 с.– URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=485339>.
2. Треногин, В.А. Уравнения в частных производных : учебное пособие / В.А. Треногин, И.С. Недосекина. – Москва : Физматлит, 2013. – 227 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275574>.
3. Пикулин, В.П. Практический курс по уравнениям математической физики : практикум / В.П. Пикулин, С.И. Похожаев. – 2-е изд., стереотип. – Москва : МЦНМО, 2004. – 208 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63240>.
4. Баутин, С.П. Аналитическая тепловая волна / С.П. Баутин. – Москва : Физматлит, 2003. – 88 с. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82280>.

**в) Профессиональные базы данных и другие интернет-ресурсы:**

– WolframAlpha –  [база знаний](https://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%91%D0%B0%D0%B7%D0%B0_%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D0%BD%D0%B8%D0%B9) и набор вычислительных алгоритмов (<https://www.wolframalpha.com/>);

– EqWorld – Мир математических уравнений (<https://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm>);

– Online LaTeX Editor (<https://www.overleaf.com/>);

– ЭБС «Научная электронная библиотека eLibrary.ru» (<http://www.elibrary.ru>);

– ЭБС «Университетская библиотека onLine» (<http://www.biblioclub.ru>);

– ЭБС «Юрайт» (<http://www.urait.ru/>);

– Универсальная база данных «ИВИС» ([htpps:/eivis.ru/](htpps://eivis.ru/));

– ИС «Национальнаяэлектронная библиотека (НЭБ)»(<https://rusneb.ru/>).

**10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Для проведения лекционных и практических занятий используются:

– учебные аудитории для проведения лекционных занятий, занятий семинарского типа, текущего контроля, промежуточной аттестации, оборудованные аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютером или ноутбуком с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом в электронную информационно-образовательную среду СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

Помещения для самостоятельной работы студентов:

– компьютерные классы (корпус 10, ауд. №505, 506, 600, 601, 605, 606), оборудованный аудиторной мебелью, доской (меловой, маркерной или интерактивной), компьютерами или ноутбуками с возможностью подключения к сети «Интернет» и доступом к электронной информационно-образовательной среде СОГУ, мультимедийным проектором, экраном.

– зал электронных ресурсов Научной библиотеки СОГУ (корпус 6, кабинет № 1.8), укомплектован специализированной мебелью (рабочие места студентов), необходимыми техническими средствами обучения: компьютеры, принтер, возможность подключения к сети «Интернет», доступ в электронную информационно-образовательную среду СОГУ.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ».

*Перечень ПО в свободном доступе:* Kaspersky Free; WinRar; Google Chrome; Yandex Browser; Opera Browser; Acrobat Reader; Overleaf LaTeX; системы компьютерной алгебры SciLab и Maxima, WolframAlpha.