

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«Линейная алгебра»**

**Направление подготовки 38.03.01 Экономика**

**Профиль подготовки  
"Мировая экономика"**

**Квалификация (степень) выпускника – Бакалавр**

Форма обучения - очная

Год начала подготовки - 2022

Утверждена в составе ОПОП.

Составитель: доцент кафедры алгебры и анализа, к.э.н., Хугаева Л.Т.

Владикавказ

2022



## 1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачётные единицы.(180 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	1
Семестр	1
Лекции	38
Практические занятия	76
Лабораторные занятия	-
Консультации	
Итого аудиторных занятий	114
Самостоятельная работа	30
Курсовая работа	-
Зачет	-
Экзамен	36
Общее количество часов	180 час.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Линейная алгебра» ... Целью изучения дисциплины является формирование понятий об элементарных свойствах математического аппарата, необходимого для решения теоретических и практических задач в экономике и для успешной профессиональной деятельности; умение на научной основе организовать свой труд, самостоятельно оценивать результаты своей деятельности; применять математические методы и методы системного анализа для решения задач профессиональной деятельности; умение использовать методы математических исследований прикладных вопросов при разработке математических моделей для решения задач профессиональной деятельности; использование навыков математического исследования явлений и процессов.

### Задачи дисциплины:

дать определение базовых понятий линейной алгебры; изложить ряд теоретических сведений об этих понятиях, лежащих в основе практических приложений; привести примеры их использования в экономике, управлении и других областях;

способствовать выработке у студентов устойчивых навыков работы с этими основными математическими понятиями на уровне, соответствующем их дальнейшему прикладному применению;

сформировать у студентов представление о теоретических основах тех экономико-математических методов и моделей, которые будут изучаться в дальнейшем.

### 3. Место дисциплины в структуре ОПОП:

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к дисциплинам Блок 1. Дисциплины (модули). Обязательная часть. Б1.О.06.

Дисциплине «Линейная алгебра» предшествует

- *общеобразовательная подготовка в объеме средней общеобразовательной школы;*

В результате освоения предшествующих дисциплин студент должен знать:

место, роль и возможности линейной алгебры в построении логических экономических моделей;

теорию и практику применения различных методов линейной алгебры;

области применения линейной алгебры.

Освоение данной дисциплины как предшествующей необходимо при изучении следующих дисциплин:

- *Теория вероятностей и математическая статистика;*
- *Методы оптимальных решений;*
- *Эконометрика.*

### 4. Требования к результатам освоения дисциплины

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины.

В результате изучения дисциплины обучающийся должен обладать следующими компетенциями (результатами освоения образовательной программы):

Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач; (ОПК-1).

Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП:

Компетенции		Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
Код	Формулировка	Знать:	Уметь	Владеть:
ОПК-1	Способен применять знания (на промежуточном уровне) экономической теории при решении прикладных задач;	основы линейной алгебры и аналитической геометрии, необходимые для решения экономических задач; основы представления практических задач в матричном виде, основы действий с матрицами и их применение в практических задачах; методы решения систем линейных уравнений; основы графического представления алгебраических уравнений и методы их решения способами аналитической геометрии	применять методы математического моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач; строить матричные модели основных систем и процессов в экономике; решать системы линейных уравнений; осуществлять основные математические действия с матрицами и векторами; пользоваться современной вычислительной техникой в объеме, необходимом для	навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки состояния и прогноза развития экономических явлений и процессов; методами решения систем линейных уравнений

			решения определенного набора учебных задач	
--	--	--	--	--

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Таблица 5.1

Номер недели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Занятия		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Баллы		Литература
		л	пр	Содержание	Часы		min	max	
1-4	<b>Тема1. Матрицы и определители</b> Основные сведения о матрицах Операции над матрицами. Определители Квадратных матриц. Свойства определителей. Невырожденные матрицы. Обратная матрица. Ранг матрицы.	6	12	Вычисление ранга матрицы, определителей, выполнение операций с матрицами в табличном процессоре	6	Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]
5-8	<b>Тема2. Системы линейных уравнений.</b> Основные понятия и определения. Система n линейных уравнений с n неизвестными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера. Метод Гаусса. Системы m уравнений с n неизвестными. Терма Кронекера-Капелли. Система линейных однородных уравнений. Фундаментальная система решений. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.	8	16	Решение систем линейных уравнений методом итераций  Использование систем линейных уравнений при решении экономических задач Использование табличного процессора для решения систем линейных уравнений	6	Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]
9	<b>Тема3. Элементы матричного анализа.</b> Векторы на плоскости и в пространстве n-мерный вектор и векторное пространство. Размерность и базис векторного пространства. Переход к новому базису.	4	8			Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]
10-11	<b>Тема3. Элементы матричного анализа.</b> Евклидово пространство. Линейные операторы. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	4	8	Векторное произведение векторов Смешанное произведение векторов. Решение задач по теме «Линейная модель обмена» с помощью информационных технологий	6	Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]

	Квадратичные формы. Линейная модель обмена.								
12-14	<b>Тема 4. Уравнение линии на плоскости.</b> Метод координат на плоскости. Линия как множество точек. Уравнение прямой на плоскости. Уравнение прямой с угловым коэффициентом. Общее уравнение прямой. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в данном направлении. Уравнение прямой проходящей через две точки. Уравнение прямой в отрезках. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых. Расстояние от точки до прямой Линии второго порядка на плоскости. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.	6	12	Линии спроса и предложен-ия. Нормаль-ное уравнение прямой. Расстояние от точки до прямой Уравнение бюджетной линии Использование кривых второго порядка в экономике	6	Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]
15-17	<b>Тема 5. Уравнения поверхности и линии в пространстве</b> Уравнения поверхности и линии в пространстве. Основные понятия. Уравнение плоскости в пространстве. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору. Общее уравнение плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Уравнение плоскости в отрезках. Угол между двумя плоскостями. Условие параллельности и перпендикулярности двух плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве (векторное, параметрическое, каноническое, проходящей через две точки, общее). Прямая в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости. Прямая и плоскость в	2	20	Вывод формулы расстояния от точки до прямой Вывод формулы расстояния от точки до плоскости. Вывод условия принадлежности прямой плоскости	6	Материалы занятий, опрос тестирование			[1]-[5]

	пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условие параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Пересечение прямой с плоскостью. Условие принадлежности прямой плоскости.								
	<b>ИТОГО:</b>	<b>38</b>	<b>76</b>		<b>30</b>			<b>100</b>	

**Примечания:**

– Все виды учебной работы могут проводиться дистанционно на основании локальных нормативных актов.

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.



## 6. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

**Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия** с использованием современных интерактивных технологий.

**Лекция-диалог** – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

**Онлайн-семинар** – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

**Видеоконференция** – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

**Видео-лекция** – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

**Технология электронного обучения** (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

**Творческое задание** составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

**Публичная презентация проекта** - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**Интерактивная лекция** представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

**Разработка проекта** позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

**Проблемное обучение-** поиск ответов на вопросы по теме.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относятся: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

*Текущий контроль* – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

*Рубежный контроль* осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

**Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

1. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$
 методом обратной матрицы.
2. Решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 11, \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = 8 \end{cases}$$
 по формулам Крамера.
3. Методом Гаусса решить систему уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6, \\ 2x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 18, \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4, \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8. \end{cases}$$
4. Методом Гаусса решить систему уравнений 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$
5. Найти все базисные решения системы 
$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 5, \\ x_1 + 2x_2 - 2x_3 + 3x_4 = -6, \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -1. \end{cases}$$
6. Даны векторы  $a=e_1+e_2+e_3$ ,  $b=2e_2+3e_3$ ,  $c=e_2+5e_3$ , где  $e_1, e_2, e_3$  – базис линейного пространства. Доказать, что векторы  $a, b, c$  образуют базис. Найти координаты вектора  $d=2e_1-e_2+e_3$  в базисе  $a, b, c$ .
7. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей 
$$A = \begin{pmatrix} 1 & 4 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}.$$
8. В базисе  $e_1, e_2$  оператор  $\tilde{A}$  имеет матрицу  $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & 3 \end{pmatrix}$ . Найти матрицу оператора  $\tilde{A}$  в базисе  $e_1^* = -2e_1 + e_2$ ,  $e_2^* = 2e_1 - 4e_2$ .
9. Найти соотношение национальных доходов стран для сбалансированной торговли, если структурная матрица торговли трех стран  $S_1, S_2, S_3$  имеет вид: 
$$A = \begin{pmatrix} 1/3 & 1/4 & 1/2 \\ 1/3 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/4 & 0 \end{pmatrix}.$$
10. Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, заданного матрицей 
$$A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -1 & -3 \end{pmatrix}.$$
11. Можно ли принять заданную систему векторов  $f_1=(1, 1, 0)$ ,  $f_2=(0, 1, 1)$ ,  $f_3=(1, 0, 1)$  за базис? Каковы координаты вектора  $x=(-1, 2, 1)$  в этом базисе?
12. Найти базисные решения системы уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = -2, \\ x_1 - x_2 - x_4 = 2. \end{cases}$$
13. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $(2; -1; 1)$  и перпендикулярной к плоскостям  $3x+2y-z+4=0$  и  $x+y+z-3=0$ .
14. Через точку  $M(-1; 2; 3)$  проведена плоскость, перпендикулярная к  $OM$ . Написать ее уравнение.

15. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $(0; -5; 0)$  и  $(0; 0; 2)$  и перпендикулярной к плоскости  $x + 5y + 2z - 10 = 0$ .
16. Найти угол между прямыми  $2x - y - 7 = 0$ ,  $2x - z + 5 = 0$  и  $3x - 2y + 8 = 0$ ,  $z = 3x$ .
17. Найти угол плоскости, проходящей через точки  $O(0; 0; 0)$ ,  $M(a; -a; 0)$  и  $N(a; a; a)$  с плоскостью  $xOy$ .
18. Найти расстояние от начала координат до плоскости, проходящей через точки  $M(a; 0; 0)$ ,  $N(0; a; 0)$ ,  $P(a; a; a)$ .  
Написать уравнение плоскости, параллельной оси  $Oz$  и проходящей через точки  $M(2; 2; 0)$  и  $N$

Критерии оценивания представлены в таблице 8.1.

### Примеры тестовых заданий по дисциплине:

Матрице  $\begin{pmatrix} 2 & -4 \\ -4 & 3 \end{pmatrix}$  соответствует квадратичная форма...

$$2x_1^2 + 8x_1x_2 + 3x_2^2$$

$$2x_1^2 - 4x_1x_2 + 3x_2^2$$

$$+ 2x_1^2 - 8x_1x_2 + 3x_2^2$$

$$2x_1^2 - 4x_1x_2 - 4x_2^2$$

Нет правильного ответа

Матрице  $\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$  соответствует квадратичная форма...

$$3x_1^2 - 3x_1x_2 + x_2^2$$

$$3x_1^2 - 2x_1x_2 - 3x_2^2$$

$$+ 3x_1^2 + 2x_1x_2 - 3x_2^2$$

$$3x_1^2 - 4x_1x_2 + x_2^2$$

Нет правильного ответа

Собственный вектор  $x$  и собственное значение  $\lambda$  квадратной матрицы определяются равенством...

$$\lambda A^{-1}x = x$$

$$A = \lambda x$$

$$\lambda Ax = x$$

$$+ Ax = \lambda x$$

$$x = \lambda A$$

Нет правильного ответа

Вектор  $x = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \end{pmatrix}$  является собственным вектором матрицы  $A$ , соответствующим

собственному значению  $\lambda = 2$ , тогда произведение  $Ax$  равно

$$\begin{pmatrix} 4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 4 \\ -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Нет правильного ответа

Вектор  $x = \begin{pmatrix} 6 \\ -1 \end{pmatrix}$  является собственным вектором матрицы  $A$ , соответствующим собственному значению  $\lambda = 3$ , тогда произведение  $Ax$  равно

$$\begin{pmatrix} 9 \\ 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 \\ -4 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 18 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ -4 \end{pmatrix}$$

Нет правильного ответа

Скалярное произведение  $(a, b)$  векторов  $a = (a_1, a_2)$  и  $b = (b_1, b_2)$  определяется по формуле...

$$a_1 a_2 + b_1 b_2$$

$$(a_2 - a_1)(b_1 - b_2)$$

$$+ a_1 b_1 + a_2 b_2$$

$$(a_2 + a_1)(b_2 + b_1)$$

Нет правильного ответа

Если  $\alpha$  - угол между векторами  $a$  и  $b$ , то что определяется выражением  $\frac{(a, b)}{|a| \cdot |b|}$ ?

$$\begin{aligned} & \operatorname{tg} \alpha \\ & \alpha \\ & \sin \alpha \\ & + \cos \alpha \end{aligned}$$

нет правильного ответа

По какой формуле определяется длина (модуль) вектора  $a$ ?

$$|a| = a \cos \alpha$$

$$+ |a| = \sqrt{(a, a)}$$

$$|a| = (a, a)$$

$$|a| = \sqrt{a \cos \alpha}$$

Нет правильного ответа

Если скалярное произведение векторов равно нулю, то эти векторы...

коллинеарные

противоположны

+ортогональны

Фробениуса

Нет правильного ответа

Даны три вектора:  $a = \vec{i} - 3\vec{j} - \vec{k}$ ;  $b = (1, -3, -1)$ ;  $c = \overrightarrow{AB}$ , где  $A(-1, 1, -3)$ ,  $B(0, -2, -4)$ . Какие из этих векторов равны?

Только а и b

Только а и с

Только b и с

+Все равны

Равных нет

Нет правильного ответа

Даны три вектора:  $a = \vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$ ;  $b = (1, -5, -2)$ ;  $c = \overrightarrow{AB}$ , где  $A(2, -2, 4)$ ,  $B(1, 3, 2)$ . Какие из этих векторов коллинеарны?

Только а и b

+Только а и с

Только b и с

Все коллинеарны

Коллинеарных нет

Нет правильного ответа

Даны три вектора:  $a = 3\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ;  $b = (-6, -2, -4)$ ;  $c = \overrightarrow{AB}$ , где  $A(2, 0, 2)$ ,  $B(-7, -3, -4)$ . Какие из этих векторов коллинеарны?

Только а и b

Только а и с

+Только b и с

Все коллинеарны

Коллинеарных нет

Нет правильного ответа

Даны три вектора:  $a = \vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ ;  $b = (1, 1, 2)$ ;  $c = \overrightarrow{AB}$ , где  $A(2, 1, -1)$ ,  $B(1, 2, 1)$ . Какие из этих векторов коллинеарны?

Только а и b

Только а и с

Только b и с

Все коллинеарны

Коллинеарных нет

Нет правильного ответа

Если  $a = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 12\vec{k}$ , то  $|\vec{a}| = \dots$

$\sqrt{23}$   
7

+13  
 $\sqrt{11}$   
11

Нет правильного ответа

Если  $a = 6\vec{i} - 4\vec{j} - 12\vec{k}$ , то  $|\vec{a}| = \dots$

+14  
16  
22  
10  
 $\sqrt{124}$

Нет правильного ответа

Если  $a = -\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$ , то  $|\vec{a}| = \dots$

11  
7  
1  
 $+\sqrt{11}$   
-7

Нет правильного ответа

Если  $a = 10\vec{i} - 2\vec{j} + 11\vec{k}$ , то  $|\vec{a}| = \dots$

+15  
17  
 $\sqrt{23}$   
23  
2

Нет правильного ответа

Если  $a = -6\vec{i} - 8\vec{j} + 24\vec{k}$ , то  $|\vec{a}| = \dots$

13  
15  
23  
+26  
 $\sqrt{46}$

Нет правильного ответа

Найти длину вектора  $d = 3a + 2(b - c)$ , если  $a = (2, 1, -2)$ ,  $b = (5, -4, 3)$ ,  $c = (2, -1, 2)$

$\sqrt{125}$

15

+13

$3\sqrt{7}$

Нет правильного ответа

Заданы векторы  $m=(4,1,-1)$ ,  $n=(3,-1,2)$ . Длина вектора  $4m-6n$  равна...

$+6\sqrt{10}$

$\sqrt{323}$

17

$5\sqrt{12}$

Нет правильного ответа

Задан вектор  $p=(6,3,2)$ . Длина вектора  $4p$  равна...

$2\sqrt{154}$

+28

17

19

$5\sqrt{53}$

Нет правильного ответа

Найти длину вектора  $d=a-2b+3c$ , если  $a=(2,-1,-1)$ ,  $b=(1,-1,2)$ ,  $c=(2,-1,3)$

$6\sqrt{5}$

7

$3\sqrt{10}$

$5\sqrt{6}$

$+2\sqrt{14}$

Нет правильного ответа

### Методика формирования результирующей оценки

Таблица 8.1

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания (процент от максимального кол-ва баллов)			
		86-100 %	71–85%	60–70%	Менее 60%
1. Текущий контроль (max 25 баллов за 1 модуль)					
		7-8 баллов	6–7 баллов	4–5 баллов	0–3 баллов
	Посещение занятий (max 8 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		9–10 баллов	7–8 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 10б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.



		3/2 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 2б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
<b>2. Рубежный контроль (25б. за 1 модуль)</b>					
		22–25 баллов	18–21 балл	14–17 баллов	0–13 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продemonстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продemonстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продemonстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продemonстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
<b>3. Итоговый контроль по дисциплине</b>					
		43–50 баллов	36–42 балла	28–35 баллов	0–27 баллов
	Экзамен/зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 50-100 баллов, автоматически получают «Зачет» или соответствующую шкале экзаменационную оценку. Результирующая оценка складывается по соответствующей БРС формуле.

### Вопросы для подготовки к экзамену:

1. Основные сведения о матрицах.
2. Операции над матрицами.
3. Определители Квадратных матриц.
4. Свойства определителей.
5. Невырожденные матрицы.
6. Обратная матрица.
7. Ранг матрицы.
8. Система  $n$  линейных уравнений с  $n$  неизвестными. Метод обратной матрицы и формулы Крамера.
9. Метод Гаусса.
10. Системы  $m$  уравнений с  $n$  неизвестными. Теорема Кронекера-Капелли.
11. Базисные решения.
12. Система линейных однородных уравнений.
13. Фундаментальная система решений.
14. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
15. Векторы на плоскости и в пространстве.  $n$ -мерный вектор и векторное пространство.
16. Размерность и базис векторного пространства.
17. Переход к новому базису.
18. Евклидово пространство. Линейные операторы.
19. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
20. Квадратичные формы.
21. Линейная модель обмена.
22. Метод координат на плоскости. Линия как множество точек. Уравнение прямой на плоскости.
23. Уравнение прямой с угловым коэффициентом.
24. Общее уравнение прямой.
25. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку в данном направлении.
26. Уравнение прямой проходящей через две точки.
27. Уравнение прямой в отрезках.
28. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых.
29. Расстояние от точки до прямой
30. Линии второго порядка на плоскости.
31. Окружность. Эллипс. Гипербола. Парабола.
32. Уравнения поверхности и линии в пространстве. Основные понятия.
33. Уравнение плоскости в пространстве.
34. Уравнение плоскости, проходящей через данную точку перпендикулярно данному вектору.
35. Общее уравнение плоскости.
36. Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки.
37. Уравнение плоскости в отрезках.
38. Угол между двумя плоскостями. Условия параллельности и перпендикулярности двух плоскостей.
39. Расстояние от точки до плоскости.
40. Уравнение прямой в пространстве (векторное, параметрическое, каноническое, проходящей через две точки, общее).

41. Прямая в пространстве. Угол между прямыми. Условия параллельности и перпендикулярности прямых. Условие, при котором две прямые лежат в одной плоскости.
42. Прямая и плоскость в пространстве. Угол между прямой и плоскостью. Условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости. Пересечение прямой с плоскостью. Условие принадлежности прямой плоскости.

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

<b>Уровень сформированности компетенций</b>			
<b>«Минимальный уровень не достигнут» (менее 56 баллов)</b>	<b>«Минимальный уровень» (56-70 баллов)</b>	<b>«Средний уровень» (71-85 баллов)</b>	<b>«Высокий уровень» (86-100 баллов)</b>
<p><u>Компетенции не сформированы.</u></p> <p>Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.</p>	<p><u>Компетенции сформированы.</u></p> <p>Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка</p>
<b>Описание критериев оценивания</b>			
<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- существенные пробелы в знаниях учебного материала;</li> <li>- допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий;</li> <li>- непонимание сущности дополнительных</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знания теоретического материала;</li> <li>- неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов;</li> <li>- неуверенные и неточные ответы на дополнительные</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала;</li> <li>- твердые знания теоретического материала.</li> <li>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории,</li> </ul>	<p>Обучающийся демонстрирует:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала;</li> <li>- полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в</li> </ul>

<p>вопросов в рамках заданий;</p> <p>- отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины;</p> <p>- отсутствие готовности (способности) к дискуссии и низкую степень контактности.</p>	<p>вопросы;</p> <p>- недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует выполнить.</p>	<p>выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития;</p> <p>- правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;</p> <p>- умение решать практические задания, которые следует выполнить;</p> <p>- владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</p> <p>- наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.</p>	<p>рамках обсуждаемых заданий;</p> <p>- способность устанавливать и объяснять связь практики и теории;</p> <p>- логически последовательные, содержательные, конкретные и исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора;</p> <p>- умение решать практические задания;</p> <p>- свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</p>
<p><b>Оценка</b> <b>«неудовлетворительно» / не зачтено</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«удовлетворительно» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«хорошо» / «зачтено»</b></p>	<p><b>Оценка</b> <b>«отлично» / «зачтено»</b></p>

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

- Буров, А.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие : [16+] / А.Н. Буров, Э.Г. Соснина. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2012. – 186 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=228751> . – Текст : электронный.
- Высшая математика для экономистов : учебник / Н.Ш. Кремер, Б.А. Путко, И.М. Тришин, М.Н. Фридман ; ред. Н.Ш. Кремер. – 3-е изд. – Москва : Юнити, 2015. – 482 с. : граф. – (Золотой фонд российских учебников). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114541> . – ISBN 978-5-238-00991-9. – Текст : электронный.

**б) дополнительная литература:**

3. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : учебно-методическое пособие / сост. А.В. Медведев. – Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2012. – 111 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232773> . – Текст : электронный.
4. Чеголин, А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / А.П. Чеголин ; Южный федеральный университет. – Ростов-на-Дону : Южный федеральный университет, 2015. – 149 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=445132> . – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-9275-1728-2. – Текст : электронный.
5. Экономико-математические методы и прикладные модели : учебное пособие / В.В. Федосеев, А.Н. Тармаш, И.В. Орлова, В.А. Половников ; под ред. В.В. Федосеева. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва : Юнити, 2015. – 302 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=114535> . – Библиогр. в кн. – ISBN 5-238-00819-8. – Текст : электронный.

**в) электронные библиотечные системы, с которыми у СОГУ имеется действующий договор, современные профессиональные базы, информационные справочные системы:**

- eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
- База данных «ЭБС elibrary»: <http://elibrary.ru>
- Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
- Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

## **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

*Перечень ПО в свободном доступе:*

1. KasperskyFree;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser.