

*Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Северо-Осетинский государственный университет  
имени Коста Левановича Хетагурова»*

**РАБОЧАЯ ПРОГРАМА ДИСЦИПЛИНЫ  
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Направление/специальность 38.03.01 Экономика  
Профиль "Экономика и финансы"**

**Квалификация (степень) выпускника – Бакалавр**

**Владикавказ 2024**

Программа составлена в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом по направлению (специальности) 38.03.02 Менеджмент, утвержденным приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12.08.2020 № 970, учебным планом подготовки бакалавра по направлению 38.03.01 Экономика, профиль «Экономика и финансы» утвержденным Ученым советом ФГБОУ ВО «СОГУ» от 28.03.2024 г., протокол № 8.

Составители: ст. преп. Секинаева Б.Ш.

Рабочая программа обсуждена и утверждена на заседании кафедры алгебры и анализа  
(протокол № 9 от 10.03.2024 г.)

Одобрена Советом факультета экономики и управления  
(протокол № 7 от 11.03.2024 г.)

## 1. Структура и общая трудоемкость дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачётные единицы. (108 час.).

	Очная Форма обучения
Курс	2
Семестр	3
Лекции	18
Практические занятия	36
Лабораторные занятия	-
Консультации	
Итого аудиторных занятий	54
Самостоятельная работа	54
Курсовая работа	-
Зачет	зачет
Экзамен	
Общее количество часов	108 час.

## 2. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является:

- формирование у студентов понятий, знаний и компетенций, позволяющих строить и анализировать модели систем реального мира с помощью вероятностно-статистических методов;
- усвоение теоретических и практических основ алгоритмов решения задач;
- формирование анализа социально-экономических моделей с помощью оптимального подхода к решению статистических вопросов.

## 3 Место дисциплины в структуре ОПОП

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к дисциплинам Блок 1.Дисциплины (модули) . Обязательная часть . Б1.О.15.

Изучение данной дисциплины базируется на следующих дисциплинах: математический анализ, алгебра и геометрия, дифференциальные уравнения, теория функций комплексного переменного, теория графов и математическая логика, дискретная математика, функциональный анализ.

Основные положения дисциплины должны быть использованы в дальнейшем при изучении дисциплин: теория управления, методы оптимизации, методы вычислений, теория случайных процессов, моделирование систем, теория информации.

#### 4. Требования к результатам освоения дисциплины

В результате освоения дисциплины студент осваивает следующие компетенции:

Коды компетенций	Содержание компетенций
УК-1	- Способность осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач
ПК=5	- способность к выявлению проблем и тенденций в современной экономике при решении профессиональных задач

#### *Взаимосвязь планируемых результатов обучения по дисциплине с формируемыми компетенциями ОПОП*

Коды компетенций ОПОП	Планируемые результаты обучения, соответствующие формируемым компетенциям ОПОП		
	Знать	Уметь	Владеть
УК-1	- случайные вектора, понятие независимости случайных величин, условные распределения; - распределение функций от случайных величин; - законы больших чисел - центральная предельная теорема - основные понятия математической статистики; - теорию оценивания; построение критериев для проверки гипотез	- применять статистические методы для обработки результатов измерений, строить критерии для проверки гипотез; - пользоваться библиотекой прикладных программ для статистических задач; - применять полученные знания для изучения других дисциплин.	- навыками построения и исследования статистических критериев для решения прикладных задач - навыками анализа статистических гипотез с помощью различных статистических программ
ПК-5	- центральная предельная теорема - основные понятия математической статистики; - теорию оценивания; построение критериев для проверки гипотез	- применять статистические методы для обработки результатов измерений, строить критерии для проверки гипотез; - пользоваться библиотекой прикладных программ для статистических задач; - применять полученные знания для изучения других дисциплин.	- навыками анализа статистических гипотез с помощью различных статистических программ

При проведении учебных занятий обеспечивается развитие у обучающихся навыков командной работы, межличностной коммуникации, принятия решений, лидерских качеств (включая при необходимости проведение интерактивных лекций, групповых дискуссий, ролевых игр, тренингов, анализ ситуаций и имитационных моделей, преподавание дисциплин (модулей) в форме курсов, составленных на основе результатов научных исследований, в том числе с учетом региональных особенностей профессиональной деятельности выпускников и потребностей работодателей).

## 5. Содержание и учебно-методическая карта дисциплины

Но мер нед ели	Наименование тем (вопросов), изучаемых по данной дисциплине	Часы		Самостоятельная работа студентов		Формы контроля	Лите ра тура
		л	пр	Содержание	Час ы		
3 семестр							
1-2	Тема 1. Случайные события. 1. Операции над событиями. Аксиомы теории вероятностей. 2. Вероятностное пространство. Свойство вероятностей. 3. Классическое определение вероятности. 4. Геометрические вероятности. 5. Условные вероятности. Формулы полной вероятности и Байеса. 6. Независимость случайных событий.	2	4	Свойства комбинаторных чисел.	8	Конспект, вопросы в рубежной контрольной	[7] [6] {8} [9]
3-4	Тема 2. Схема испытаний Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли.	2	4			Конспект, вопросы в рубежной контрольной	[7] [6] {8} [9]
5-6	Тема 3. Случайные величины и их распределения. 1. Классификация случайных величин. Независимость случайных величин. 2. Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. 3. Начальные, центральные и смешанные моменты случайных величин. 4. Геометрическое и гипергеометрическое распределения	2	4	Многомерные распределения	4	Конспект, вопросы в рубежной контрольной	[7] [6] {8} [9]
7-8	Тема 4. Непрерывные случайные величины. 1. Функция распределения и плотность вероятности. 2. Числовые характеристики. Математическое ожидание, дисперсия и их свойства. 3. Виды распределений: равномерное, показательное и нормальное.	2	4	Правило трех сигм, правило двух сигм. Логарифмически нормальное распределение	6		[7] [6] {8} [9]
9	Тема 5. Условные распределения. 1. Условное математическое ожидание. 2. Числовые характеристики условных распределений.	1	2	Функция случайного аргумента. Формулы композиции.	6		[7] [6] {8} [9]
10	Тема 6. Функция одного случайного аргумента. 1. Характеристические функции. 2. Формулы обращения. 3. Центральная предельная теорема.	1	2	Устойчивость нормального распределения функции двух случайных аргументов	6		[6]

<b>11-12</b>	Тема 7. Предмет математической статистики. 1. Примеры статистических задач. 2. Статистические модели. 3. Вариационный ряд выборки. 4. Эмпирическая функция распределения. 5. Выборочные характеристики и их асимптотическое поведение.	2	4				[7] [6] {8} [9]
<b>13</b>	Тема 8. Многомерное нормальное распределение. 1. Распределения некоторых функций от нормально распределенных случайных величин. 2. Статистические оценки. Несмещенные оценки с минимальной дисперсией. 3. Методы точечного оценивания.. 4. Экспоненциальная модель. 5. Эффективные оценки.	1	2	Метод моментов для точечной оценки параметров распределения	8		[7] [6] {8} [9]
<b>14</b>	Тема 3. Интервальное оценивание. 1. Построение доверительного интервала с помощью центральной статистики. 2. Доверительный интервал для математического ожидания и дисперсии нормально распределенной случайной величины.	1	2	Метод наибольшего правдоподобия.	8		[7] [6] {8} [9]
<b>15</b>	Тема 4. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости 1. Линейная регрессия. Метод наименьших квадратов. 2. Выборочный коэффициент корреляции.	1	2	Методы расчета сводных характеристик выборки	4		[7] [6] {8} [9]
<b>16-18</b>	Тема 5. Статистические гипотезы. 1. Критерий проверки гипотез. 2. Критерий согласия Колмогорова и $\chi^2$ . 3. Параметрические гипотезы. Критерий Неймана-Пирсона. 4. Элементы метода Монте-Карло. Цепи Маркова	3	6	Ранговая корреляция. Выборочный коэффициент Спирмена	4		[7] [6] {8} [9]
<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>36</b>		<b>54</b>		

#### Примечания:

– В целях реализации индивидуального подхода к обучению студентов, осуществляющих учебный процесс по индивидуальной траектории в рамках индивидуального рабочего плана, изучение данной дисциплины может осуществляться через индивидуальные консультации преподавателя очно, в часы консультаций, по электронной почте и с использованием платформ дистанционного обучения.

## 5. Образовательные технологии

В соответствии с государственными образовательными стандартами высшего образования реализация учебного процесса должна предусматривать проведение занятий в интерактивных и активных формах. Внедрение этих форм обучения – одно из важнейших направлений совершенствования подготовки студентов в современном вузе. Цель – повышение эффективности образовательного процесса, достижение всеми обучающимися высоких результатов обучения.

Интерактивные формы проведения занятий предполагают обучение в сотрудничестве. Все участники образовательного процесса (преподаватель и студенты) взаимодействуют друг с другом, обмениваются информацией, совместно решают проблемы, моделируют ситуации. Суть использования активных и интерактивных форм проведения состоит в погружении студентов в реальную атмосферу делового сотрудничества по разрешению проблем, оптимальную для выработки навыков и качеств будущего специалиста.

Для решения воспитательных и учебных задач преподавателем могут быть использованы следующие интерактивные формы обучения.

**Традиционные лекции и практические (семинарские) занятия** с использованием современных интерактивных технологий.

**Лекция-диалог** – содержание подается через серию вопросов, на которые студент должен отвечать непосредственно в ходе лекции.

**Онлайн-семинар** – разновидность веб-конференции, проведение онлайн-встреч или презентаций через Интернет в режиме реального времени. Каждый из участников находится у своего компьютера (средства связи), а связь между ними поддерживается через Интернет посредством загружаемого приложения, установленного на компьютере каждого участника.

**Видеоконференция** – сеанс видеоконференцсвязи (ВКС) – это технология интерактивного взаимодействия двух и более участников образовательного процесса для обмена информацией в реальном режиме времени.

**Видео-лекция** – снятая на камеру сокращенная лекция, дополненная фотографиями и схемами, иллюстрирующая подаваемый в лекции материал.

**Технология электронного обучения** (реализуется при помощи электронной образовательной среды СОГУ при использовании ресурсов ЭБС, при проведении автоматизированного тестирования и т. д.).

**Творческое задание** составляет содержание (основу) любой интерактивной формы проведения занятия. Выполнение творческих заданий требует от студента воспроизведения полученной ранее информации в форме, определяемой преподавателем и требующей творческого подхода: 1) подборка примеров из практики; 2) подборка материала по определенной проблеме;

**Публичная презентация проекта** - самый эффективный способ донесения важной информации при публичных выступлениях. Слайд-презентации позволяют эффектно и наглядно представить содержание, выделить и проиллюстрировать сообщение.

**Интерактивная лекция** представляет собой выступление преподавателя перед аудиторией студентов с применением следующих интерактивных форм обучения: 1. управляемая дискуссия или беседа; 2. демонстрация слайдов или учебных фильмов; 3. мозговой штурм; 4. мотивационная речь и др.

**Разработка проекта** позволяет участникам мысленно выйти за пределы аудитории и составить проект своих действий по обсуждаемому вопросу. Участники могут обратиться за консультацией, дополнительной литературой в специализированные учреждения, библиотеки и т.д.

**Проблемное обучение** - поиск ответов на вопросы по теме.

## **7. Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы**

Самостоятельная работа обучающихся является одним из видов учебных занятий. Самостоятельная работа проводится с целью:

- систематизации и закрепления полученных теоретических знаний и практических умений обучающихся студентов;
- углубления и расширения теоретических знаний;
- формирования умений использовать нормативную, правовую, справочную документацию и специальную литературу;
- формирования самостоятельности мышления, способностей к саморазвитию, самосовершенствованию и самореализации;
- развития исследовательских умений.

К видам самостоятельной работы при изучении данной дисциплины относится: написание докладов, эссе, подготовка презентаций, самостоятельное изучение литературы по теме и составление по ней конспектов, работа со справочными материалами (терминологическими и иными словарями, энциклопедиями) и т.д.

Темы и формы внеаудиторной самостоятельной работы, ее трудоёмкость содержатся в разделе 5, табл. 5.1.

Методические рекомендации по дисциплине прилагаются.

## **8. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, рубежной аттестации и промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины**

Рабочая программа предусматривает проведение лекционных и практических занятий, а также следующие виды работ: самостоятельную работу студентов по подготовке устных сообщений, написанию докладов, подготовку презентаций и обсуждений по темам дисциплины - работу в активной и интерактивной формах.

Рабочая программа предполагает текущий и промежуточный контроль знаний.

*Текущий контроль* – это непрерывно осуществляемый мониторинг уровня усвоения знаний и формирования умений и навыков в течение семестра или учебного года. Текущий контроль знаний, умений и навыков студентов осуществляется в ходе учебных (аудиторных) занятий, проводимых по расписанию. Формами текущего контроля выступают опросы на занятиях с целью проверки наличия знаний, необходимых для усвоения нового материала или для выяснения степени усвоения изложенного материала.

*Рубежный контроль* осуществляется по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра такие контрольные мероприятия проводятся по графику.

**Контрольные задания (демоверсии) для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

## Примеры тестовых заданий по дисциплине:

### *Контрольный тест (3 семестр, 1 рубеж)*

1. (1 балл) Для вероятности произвольного случайного события  $A$  выполнено неравенство:

$$P(A) \leq 0;$$

$$P(A) \geq 1;$$

$$0 \leq P(A) \leq 1.$$

2. (1 балл) Вероятность достоверного события равна:

$$0;$$

$$1;$$

$$-1.$$

3. (1 балл) Из множества  $\{1, 2, \dots, 9\}$  выбирают три числа. Число различных вариантов равно:

$$C_9^3;$$

$$A_9^3;$$

$$P_9.$$

4. (1 балл) Из урны, в которой пять красных и три синих шара, выбирают четыре шара. Число способов выбрать два красных и два синих шара равно:

$$C_8^4;$$

$$A_8^4;$$

$$C_5^2 \cdot C_3^2.$$

8. (1 балл) Число благоприятных исходов и общее число исходов в классическом определении вероятности:

складываются;

делятся;

умножаются.

5. (1 балл) Вероятность суммы событий равна сумме вероятностей слагаемых событий, если они:

попарно несовместны;

независимы;

любые.

6. (1 балл) Вероятность произведения событий равна произведению вероятностей этих событий, если они:

попарно несовместны;

независимы;

любые.

7. (1 балл) Если из наступления  $A$  всегда следует наступление  $B$ , то говорят, что:

$A$  и  $B$  несовместны;

$A$  и  $B$  независимы;  
 $A$  влечет  $B$ .

8. (1 балл) Если  $A$  и  $B$  не могут наступить одновременно, то говорят, что они:  
несовместны;  
независимы;  
равносильны.

9. (1 балл) Если  $A$  и  $B$  равносильны, то их вероятности:  
в сумме дают 1;  
в сумме дают 0;  
равны.

10. (1 балл) Если  $A$  влечет  $B$ , то:  
 $P(A) = P(B)$ ;  
 $P(A) \leq P(B)$ ;  
 $P(A) \geq P(B)$ .

11. (1 балл) Вероятность противоположного события для  $A$  равна:  
 $-P(A)$ ;  
 $1-P(A)$ ;  
 $P(A)$ .

12. (3 балла) Вероятность выпадения двух гербов при двух бросаниях монеты равна:  
1;  
 $\frac{1}{2}$ ;  
 $\frac{1}{4}$ .

13. (3 балла) Для вычисления вероятности произведения произвольных событий используют:  
теорему умножения;  
формулу полной вероятности;  
формулу Бернулли.

14. (3 балла) Условная вероятность  $P(A|B)$  существует, если:  
 $P(B) = 0$ ;  
 $P(B) > 0$ ;  
 $P(B) \neq 1$ .

15. (3 балла) Для вычисления вероятности выпадения пять раз герба при пяти подбрасываниях, можно воспользоваться:  
формулой Бернулли;  
формулой полной вероятности;  
формулой Байеса.

16. (1 балл) Математическое ожидание суммы случайных величин равно:

+сумме математических ожиданий слагаемых;  
 произведению математических ожиданий слагаемых;  
 математическому ожиданию первого слагаемого.

17. (2 балла) Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы,  $MX=1$ ,  $MY=2$ . Тогда  $M(XY+3)$  равно:

+5;  
 3;  
 2.

18. (2 балла) Случайные величины  $X$  и  $Y$  независимы.  $DX=1$ ,  $DY=3$ . Тогда  $D(2X+Y)$  равна

1;  
 5;  
 +7.

19. (2 балла) В законе распределения случайной величины  $X$

$X$	0	1	2
$P$	0,3	0,5	$p$

вероятность события  $P(X=2)$  равна

+0,2;  
 0,3;  
 0,5.

20. (2 балла) Тогда  $M(2-X)$  равно

0,1;  
 0,5;  
 +0,7.

21. (2 балла) Случайная величина  $X$  задана законом распределения

$X$	0	1	3
$P$	0,5	0,3	0,1

Тогда  $M(1-X)$  равно

+0,1;  
 0,2;  
 0,3.

22. ( 3 балла) Монету подбрасывают два раза. Тогда математическое ожидание числа выпавших гербов равно

+1;  
 1,5;  
 2.

23. ( 3 балла) Из урны, в которой два белых и один красный шар, по одному извлекают шары до появления красного. Тогда математическое ожидание числа извлечений равно

0;

1;  
+2.

24. (4 балла) Монету подбрасывают четыре раза. Вероятность того, что герб появится хотя бы три раза равна

$1/16$ ;  
 $+5/16$ ;  
 $15/16$ .

25. (4 балла) Из урны, в которой три белых и один красный шар, с возвращением извлекают три шара. Вероятность того, что красный шар появится не более одного раза равна

$5/32$ ;  
 $+27/32$ ;  
 $37/64$ .

***Контрольный тест (3 семестр, 2 рубеж)***

1. (1 балл) Объем выборки, по которой построено статистическое распределение частот:

$x_i$	1	2	3
$n_i$	6	1	4

равен  
 $+20$ ;  
 $25$ ;  
 $10$ .

2. (1 балл) Сумма относительных частот в статистическом распределении равна

$+1$ ;  
 $n$ ;  
 $0$ .

3. (1 балл) Сумма частот в статистическом распределении равна

$1$ ;  
 $+n$ ;  
 $0$ .

4. (1 балл) Ломаная с вершинами в точках  $(x_i, n_i)$  это:

+полигон частот;  
полигон относительных частот;  
полигон интервальных частот.

4. (1 балл) Ломаная с вершинами в точках  $(x_i, w_i)$  это:

полигон частот;  
+полигон относительных частот;  
полигон интервальных частот.

5. ( 1 балл) Для наглядного представления статистических данных строят:  
график плотности распределения;  
график теоретической функции распределения;  
+гистограмму.

6. ( 1 балл) Площадь всех прямоугольников гистограммы частот равна:  
+объему выборки;  
1;  
числу частичных интервалов.

7. ( 1 балл) Площадь всех прямоугольников гистограммы относительных частот  
равна:  
объему выборки;  
+1;  
числу частичных интервалов.

8. ( 1 балл) Упорядоченная реализация выборки называется:  
упорядоченным рядом;  
+вариационным рядом;  
статистическим рядом.

9. ( 1 балл) Число всех наблюдений называется:  
размахом выборки;  
размером выборки;  
+объемом выборки.

10. ( 1 балл) Соответствие между различными вариантами и соответствующими  
частотами называется:  
+статистическим распределением;  
выборочным распределением;  
частотным распределением.

11. ( 1 балл) Соответствие между различными вариантами и соответствующими  
относительными частотами называется:  
+статистическим распределением относительных частот;  
выборочным распределением;  
частотным распределением.

12. ( 1 балл) Функция от выборки называется:  
случайной величиной;  
+статистикой;  
объемом выборки.

13. ( 1 балл) Набор численных значений элементов выборки это:  
вариационный ряд выборки;  
статистическое распределение выборки;  
+реализация выборки.

14. ( 1 балл) Выборочное среднее это:  
 среднее арифметическое крайних элементов вариационного ряда;  
 +среднее арифметическое элементов выборки;  
 среднее арифметическое положительных элементов выборки.

15. ( 1 балл) Выборочный момент порядка k это:  
 среднее арифметическое k-ых степеней крайних элементов вариационного ряда;  
 +среднее арифметическое k-ых степеней элементов выборки;  
 среднее арифметическое k-ых степеней положительных элементов выборки.

16. ( 2 балл) Выборочное среднее статистического распределения

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	2	3	3	2

равно:

1;

+1,5;

2.

17. (3 балла) Значение эмпирической функции распределения  $F^*(0,5)$ , построенной по статистическому распределению

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	2	3	3	2

равно

+0,2.

18. (5 баллов) Вычислить выборочную дисперсию по статистическому распределению выборки

$x_i$	1	2	3
$n_i$	3	5	2

+0,49.

19. (5 баллов) Вычислить несмещенную оценку дисперсии по статистическому распределению выборки, округлив ее до сотых

$x_i$	1	2	3
$n_i$	3	5	2

+0,54.

1. (1 балл) Выборочный момент порядка k это:  
 среднее арифметическое k-ых степеней крайних элементов вариационного ряда;  
 +среднее арифметическое k-ых степеней элементов выборки;  
 среднее арифметическое k-ых степеней положительных элементов выборки.

1. (1 блл) Под параметрической моделью понимают:  
 +теоретическое распределение, зависящее от неизвестного параметра;  
 теоретическую характеристику, зависящую от параметра;  
 множество допустимых значений параметра.

2. (1 балл) Статистика, математическое ожидание которой совпадает с оцениваемым параметром, называется:

+несмещенной оценкой;  
состоятельной оценкой;  
эффективной оценкой.

3. (1 балл) Статистика, по вероятности сходящаяся к параметру, называется:  
несмещенной оценкой;  
+состоятельной оценкой;  
эффективной оценкой

4. (1 балл) Несмещенная оценка, имеющая минимальную дисперсию, называется:  
+оптимальной оценкой;  
состоятельной оценкой;  
эффективной оценкой.

5. (1 балл) Несмещенная оценка, дисперсия которой достигает нижней границы, называется:  
граничной оценкой;  
состоятельной оценкой;  
+эффективной оценкой.

6. (1 балл) Несмещенной оценкой для теоретического математического ожидания является:  
 $A_k$ ;  
 $D_b$ ;  
+ $\bar{X}$ .

7. (1 балл) Несмещенной оценкой для теоретической дисперсии является:  
 $A_k$ ;  
 $D_b$ ;  
+ $S^2$ .

8. (1 балл) Состоятельной оценкой для  $MX^k$  является:  
+ $A_k$ ;  
 $D_b$ ;  
 $\bar{X}$ .

9. (1 балл) Если оптимальная оценка существует, то:  
+она единственна;  
их сколько угодно;  
их всегда не меньше 1.

10. (1 балл) Эффективная оценка является также и:  
состоятельной;  
+оптимальной;  
критической.

11. (1 балл) Мода вариационного ряда 1, 2, 2, 2, 3 равна:  
1;

+2;  
3.

12. (1 балл) Медиана вариационного ряда 0, 0, 0, 1, 1, 2, 3 равна:  
0;  
2;  
+1.

13. (1 балл) Размах варьирования вариационного ряда 0, 0, 1, 2, 2, 2, 4 равен:  
0;  
2;  
+4.

14. (1 балл) Эмпирическая функция распределения с ростом объема выборки по вероятности сходится к:  
+теоретической функции распределения;  
теоретической плотности распределения;  
теоретическому математическому ожиданию.

15. (3 балла) Оценка методом моментов математического ожидания по выборке

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	2	3	3	2

равна:  
1;  
+1,5;  
2.

16. (3 балла) Несмещенная оценка математического ожидания генеральной совокупности, из которой извлечена выборка

$x_i$	-2	0	2	3
$n_i$	1	4	4	1

равна:  
-1;  
+0,9;  
2,1.

17. (3 балла) Значение эмпирической функции распределения  $F^*(0,5)$ , построенной по статистическому распределению

$x_i$	0	1	2	3
$n_i$	2	3	3	2

равно  
+0,2.

18. (3 балла) Значение эмпирической функции распределения  $F^*(0)$ , построенной по статистическому распределению

$x_i$	-1	2	3	4
$n_i$	3	2	3	2

равно  
+0,3.

19. (3 балла) Вычислить несмещенную оценку дисперсии по статистическому распределению выборки, округлив ее до целых

$x_i$	1	2	3
$n_i$	3	5	2

+1.

## Методика формирования результирующей оценки

**Таблица 8.1**

Этап	Форма контроля	Критерии оценивания			
1. Текущий контроль (max 20 баллов за 1 модуль)					
		4 балла	3 балла	2 балла	0–1 баллов
	Посещение занятий (max 4 б.)	Студент посетил более 85% занятий	Студент посетил 71–85% занятий	Студент посетил 56–70% занятий	Студент посетил менее 56% занятий
		11–13 баллов	8–10 баллов	6–7 баллов	0–5 баллов
	Текущая работа в течение модуля (max 13б.)	Студент активно работает на занятиях, превосходно выполняет все задания преподавателя.	Студент активно работает на занятиях, хорошо выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, удовлетворительно выполняет задания преподавателя.	Студент недостаточно активно работает на занятиях, неудовлетворительно выполняет задания преподавателя.
		3 балла	2 балла	1 балл	0 баллов
	Доклад, презентация (max 3б.) / опорный конспект (max 3б.)	Тема полностью раскрыта. Превосходное владение материалом. Высокий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Превосходный стиль изложения.	Тема в основном раскрыта. Хорошее владение материалом. Средний уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Хороший стиль изложения.	Тема частично раскрыта. Удовлетворительное владение материалом. Низкий уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Удовлетворительный стиль изложения.	Тема не раскрыта. Неудовлетворительное владение материалом. Недостаточный уровень самостоятельности, логичности, аргументированности. Неудовлетворительный стиль изложения.
2. Рубежный контроль (15б. за 1 модуль)					
		13–15 баллов	10–12 балл	8–9 баллов	0–7 баллов
	Контрольная работа	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирован высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки. Продемонстрирован хороший уровень владения материалом. Проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены более чем наполовину. Присутствуют серьезные ошибки. Продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	Задания выполнены менее чем наполовину. Продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом. Проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.
3. Итоговый контроль по дисциплине					
		26–30 баллов	20–25 балла	15–19 баллов	0–14 баллов
	Экзамен / зачет	Дан полный, развернутый ответ на поставленный вопрос. Ответ	Дан полный ответ на поставленный вопрос, показано умение выделить	Дан недостаточно полный ответ. Студент не способен	Не получены ответы по базовым вопросам дисциплины или дан неполный ответ и

		формулируется в терминах науки, изложен литературным языком, логичен, доказателен, демонстрирует авторскую позицию студента.	существенные и несущественные признаки, причинно-следственные связи. Но допущены незначительные ошибки, исправленные студентом с помощью «наводящих» вопросов преподавателя.	самостоятельно выделить существенные и несущественные признаки и причинно-следственные связи. Речевое оформление требует поправок, коррекции.	допущены грубые ошибки. Речь неграмотная. Уточняющие вопросы преподавателя не приводят к коррекции ответа студента не только на поставленный вопрос, но и на другие вопросы дисциплины.
--	--	--	--	---	---

Студенты, получившие в ходе текущего и рубежного контроля 50-70 баллов, автоматически получают «Зачет» или оценку «удовлетворительно». Для получения более высокого балла («хорошо» или «отлично») студент обязан явиться на экзамен и сдавать экзамен по шкале от 0-30 баллов в дополнение к накопленным за семестр баллам.

#### Вопросы для подготовки к зачету:

1. Вероятностное пространство
2. А и В некоторые события. Доказать равенство  $A \setminus B = AB$ .
3. Системы аксиом.
4. А и В некоторые события. Доказать равенство  $AC \setminus B = (A \setminus B)C$ .
5. Условные вероятности.
6. А и В некоторые события. Доказать равенство  $A \cup B = AB \cup (A \Delta B)$ .
7. Схема Бернулли. Теорема Пуассона.
8. Точка А равномерно распределена в прямоугольнике  $\{(x,y); 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$  ( $0 < a < b$ ). Найти вероятность того, что абсцисса А меньше ординаты.
9. Локальная теорема Муавра-Лапласа.
10. Из множества  $\{1, 2, \dots, 30\}$  выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 2 из них делятся на 3.
11. Интегральная теорема Муавра-Лапласа.
12. Случайные величины в конечном пространстве.
13. Из множества  $\{1, 2, \dots, 30\}$  выбирают пять различных чисел. Найти вероятность того, что три из них четные.
14. Из множества  $\{1, 2, \dots, 30\}$  выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 2 из них кратны 4
15. Независимость случайных величин.
16. Закон больших чисел.
17. Многомерные распределения.
18. Точка А равномерно распределена в прямоугольнике  $\{(x,y); 0 \leq x \leq a, 0 \leq y \leq b\}$  ( $0 < a < b$ ). Найти вероятность того, что абсцисса А больше ординаты.
19. Точка А равномерно распределена в единичном квадрате. Найти вероятность того, что абсцисса А больше 1/3 и меньше ординаты
20. Из множества  $\{1, 2, \dots, 30\}$  выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 4 из них четные и кратны 3.

21. Из множества  $\{1, 2, \dots, 30\}$  выбирают 5 различных чисел. Найти вероятность того, что 3 из них нечетные и кратны 5
22. Из колоды карт в 36 листов случайно извлекли 5 карт. Найти вероятность того, что среди них 2 пиковые.
23. Из колоды карт в 36 листов случайно извлекли 5 карт. Найти вероятность того, что среди них 2 пиковые и 2 бубновые.
24. Из урны, в которой 3 красных и 2 синих шаров, удалили один шар неизвестного цвета. Затем из нее извлекли один шар. Найти вероятность того, что он красный.
25. Из урны, в которой 3 красных и 2 синих шаров, удалили один шар неизвестного цвета. Затем из нее извлекли один шар. Найти вероятность того, что он синий.
26. В первой урне 2 красных и 1 синий шар. Во второй 3 красных и 1 синий. Из первой во вторую урну переложили один шар. Затем, из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что он красный.
27. В первой урне 2 красных и 1 синий шар. Во второй 3 красных и 1 синий. Из первой во вторую урну переложили один шар. Затем, из второй урны извлекли один шар. Найти вероятность того, что он синий.
28. Формулы композиции.
29. Условное математическое ожидание.
30. Общее определение математического ожидания.
31. Теорема о монотонной сходимости.
32. Теорема о мажорируемой сходимости.
33. Формулы вычисления математического ожидания.
34. Характеристические функции.
35. Центральная предельная теорема.
36. Лемма Бореля-Кантелли.
37. Различные виды сходимости.
38. Критерий конечности математического ожидания.
39. Теорема Колмогорова.
40. Случайная величина имеет равномерное распределение в промежутке  $[0, 3]$ . Вычислить вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина хотя бы один раз примет значение из  $[0, 1]$ .
41. Случайная величина имеет равномерное распределение в промежутке  $[0, 3]$ . Вычислить вероятность того, что в трех независимых испытаниях случайная величина не менее двух раз примет значение из  $[0, 1]$ .
42. Случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение в  $[0, 4]$ . Найти плотность распределения  $X$ . Вычислить  $D(X)$ .
43. Случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение в  $[-1, 4]$ . Найти плотность распределения  $X$ . Вычислить  $D(X)$ .
44. Случайная величина  $X$  имеет равномерное распределение в  $[1, 5]$ . Найти плотность распределения  $X$ . Вычислить  $D(X)$ .
45. Монету подбрасывают до выпадения герба. Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа подбрасываний. Вычислить  $P(X \leq 2)$ .

**Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания**

Уровень сформированности компетенций			
«Минимальный уровень не достигнут» (менее 50 баллов)	«Минимальный уровень» (50-70 баллов)	«Средний уровень» (71-85 баллов)	«Высокий уровень» (86-100 баллов)
<u>Компетенции не сформированы.</u>  Знания отсутствуют, умения и навыки не сформированы.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Сформированы базовые структуры знаний. Умения фрагментарны и носят репродуктивный характер. Демонстрируется низкий уровень самостоятельности практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Знания обширные, системные. Умения носят репродуктивный характер, применяются к решению типовых заданий. Демонстрируется достаточный уровень самостоятельности устойчивого практического навыка.	<u>Компетенции сформированы.</u>  Знания твердые, аргументированные, всесторонние. Умения успешно применяются к решению как типовых, так и нестандартных творческих заданий. Демонстрируется высокий уровень самостоятельности, высокая адаптивность практического навыка
Описание критериев оценивания			
Обучающийся демонстрирует: - существенные пробелы в знаниях учебного материала; - допускаются принципиальные ошибки при ответе на основные вопросы, отсутствует знание и понимание основных понятий и категорий; - непонимание сущности дополнительных вопросов в рамках заданий; - отсутствие умения выполнять практические задания, предусмотренные программой дисциплины; - отсутствие готовности (способности) к	Обучающийся демонстрирует: - знания теоретического материала; - неполные ответы на основные вопросы, ошибки в ответе, недостаточное понимание сущности излагаемых вопросов; - неуверенные и неточные ответы на дополнительные вопросы; - недостаточное владение литературой, рекомендованной программой дисциплины; - умение без грубых ошибок решать практические задания, которые следует	Обучающийся демонстрирует: - знание и понимание основных вопросов контролируемого объема программного материала; - твердые знания теоретического материала. - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории, выявлять противоречия, проблемы и тенденции развития; - правильные и конкретные, без грубых ошибок, ответы на поставленные вопросы;	Обучающийся демонстрирует: - глубокие, всесторонние и аргументированные знания программного материала; - полное понимание сущности и взаимосвязи рассматриваемых процессов и явлений, точное знание основных понятий в рамках обсуждаемых заданий; - способность устанавливать и объяснять связь практики и теории; - логически последовательные, содержательные, конкретные и

дискуссии и низкую степень контактности.	выполнить.	<ul style="list-style-type: none"> <li>- умение решать практические задания, которые следует выполнить;</li> <li>- владение основной литературой, рекомендованной программой дисциплины;</li> <li>- наличие собственной обоснованной позиции по обсуждаемым вопросам. Возможны незначительные оговорки и неточности в раскрытии отдельных положений вопросов, присутствует неуверенность в ответах.</li> </ul>	исчерпывающие ответы на все задания, а также дополнительные вопросы экзаменатора; <ul style="list-style-type: none"> <li>- умение решать практические задания;</li> <li>- свободное использование в ответах на вопросы материалов рекомендованной основной и дополнительной литературы.</li> </ul>
<b>Оценка</b> «неудовлетворительно» / не зачтено	<b>Оценка</b> «удовлетворительно» / «зачтено»	<b>Оценка</b> «хорошо» / «зачтено»	<b>Оценка</b> «отлично» / «зачтено»

## 9. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### а) основная литература:

1. Аркашов, Н.С. Теория вероятностей и случайные процессы : учебное пособие : [16+] / Н.С. Аркашов, А.П. Ковалевский ; Новосибирский государственный технический университет. – 2-е изд. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 238 с. : ил., табл., граф. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=576617> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3375-1. – Текст : электронный.
2. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика : учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукоусев. – 3-е изд., стер. – Москва : Дашков и К°, 2020. – 472 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=573173> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр.: с. 433-434. – ISBN 978-5-394-03595-1. – Текст : электронный.
3. Волощук, В.А. Теория вероятностей и математическая статистика: шпаргалка : [16+] / В.А. Волощук ; Научная книга. – 2-е изд. – Саратов : Научная книга, 2020. – 48 с. : табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=578602> (дата обращения: 20.12.2020). – ISBN 978-5-9758-2004-4. – Текст : электронный.

4. Гринь, А.Г. Цепи Маркова : учебное пособие : [16+] / А.Г. Гринь ; Омский государственный университет им. Ф. М. Достоевского. – Омск : Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского, 2019. – 42 с. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=575788> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7779-2420-9. – Текст : электронный.
5. Лихачев, А.В. Введение в теорию вероятностей и математическую статистику : учебное пособие : [16+] / А.В. Лихачев ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2019. – 102 с. : ил., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574816> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3903-6. – Текст : электронный.
6. Мажуль, И.И. Введение в теорию вероятностей : учебное пособие : [16+] / И.И. Мажуль ; Новосибирский государственный технический университет. – Новосибирск : Новосибирский государственный технический университет, 2017. – 204 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=574841> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-7782-3384-3. – Текст : электронный.
7. Теория вероятностей : случайные события: учебно-методическое пособие для СПО и бакалавриата : [12+] / сост. О.В. Авдеева, А.Ю. Белянина, О.И. Микрюкова, Л.Ю. Чекулаева. – Москва ; Берлин : Директ-Медиа, 2020. – 87 с. : ил., схем., табл. – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=577289> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр. в кн. – ISBN 978-5-4499-0745-5. – DOI 10.23681/577289. – Текст : электронный.
8. Шапкин, А.С. Задачи с решениями по высшей математике, теории вероятностей, математической статистике , математическому программированию : учебное пособие / А.С. Шапкин, В.А. Шапкин. – 8-е изд. – Москва : Дашков и К°, 2017. – 432 с. : табл., граф. – (Учебные издания для бакалавров). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450779> (дата обращения: 20.12.2020). – ISBN 978-5-394-01943-2. – Текст : электронный.
9. Шведов, А.С. Теория вероятностей и математическая статистика: промежуточный уровень / А.С. Шведов. – Москва : Издательский дом Высшей школы экономики, 2017. – 281 с. – (Учебники Высшей школы экономики). – Режим доступа: по подписке. – URL: <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=486562> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиогр.: с. 275-276. – ISBN 978-5-7598-1301-9 (в пер.). – Текст : электронный.
10. Шоренко, И.Н. Основы теории массового обслуживания : учебно-методическое пособие / И.Н. Шоренко ; Министерство сельского хозяйства Российской Федерации, Санкт-Петербургский государственный аграрный университет, Кафедра высшей математики. – Санкт-Петербург : Санкт-Петербургский государственный аграрный университет (СПбГАУ), 2018. – 53 с. : ил. – Режим доступа: по подписке. – URL:

<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495120> (дата обращения: 20.12.2020). – Библиограф. в кн. – Текст : электронный.

**б) Дополнительная литература:**

1. Белько И. В. Теория вероятностей и математическая статистика: примеры и задачи, учеб. пособ. Минск.: Новое Знание, 2007.- 251 с. 2 экз.
2. Боровков А.А. Теория вероятностей: Учебное пособие для студ. мат. и физ. спец. вузов. М.: Наука, 1986.- 432 с. 6 экз.
3. Бочаров П.П. Теория вероятностей: Математическая статистика.- М.: Гвардика, 1998.- 328 с. 1 экз.
4. Булдык Г.М. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие для ВУЗов.- Минск: Высшая школа, 2002.- 448 с. 30 экз.
5. Вентцель Е.С. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учебное пособие для вузов. М.: Высшая школа, 2002.- 448 с.
6. Вентцель Е.С. Теория вероятностей: Учебник для студентов вузов. М.: Высшая школа, 2002.- 575 с. 1 экз.
7. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебное пособие. М.: Юрайт, 2009.- 479 с.
8. Гмурман В.Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учебник для вузов. М.:Юрайт, 2011.- 404 с.
9. Зубков А.М. Сборник задач по теории вероятностей: учебное пособие. СПб; М.; Краснодар: Лань.ю 2010.- 288 с.
10. Кремер Н.Ш. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник и практикум для вузов. М., Юрайт, 2019, 538 с.  
Ковбаса С.И. Теория вероятностей и математическая статистика: Учеб. Пособие для экономистов.- СПб: Альфа, 2001.- 192 с. 1 экз.
11. Кожевников Ю.В. Теория вероятностей и математическая статистика.- М.: Машиностроение, 2002.- 260 с. 2 экз.
12. Солодовников А.С. Теория вероятностей: Учеб. Пособие для студ. педагогич. вузов по спец. Математика.- М.: Вербум, 1999.- 208 с. 1 экз.
13. Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами.- М.: Физматлит, 2002.- 224 с. 1 экз.
14. Севастьянов Б.А. , Чистяков В.П., Зубков А.М., Сборник задач по теории вероятностей. - М.: Наука, 1989
15. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения, М.: Мир, 1984, т.1, 2.
16. Прохоров А.В. и др. Задачи по теории вероятностей. Основные понятия. Предельные теоремы. Случайные процессы. – М.:Наука, 1986.
17. Крамер Г. Математические методы статистики. – М.: Мир, 1976.

***в) современные профессиональные базы данных, информационные справочные системы, электронные образовательные ресурсы***

1. eLIBRARY.RU [Электронный ресурс]: научная электронная библиотека. – URL: <http://www.elibrary.ru>.
2. Издательство «Юрайт» [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://biblio-online.ru>.
3. Университетская библиотека online [Электронный ресурс]: электронно-библиотечная система. – URL: <http://www.biblioclub.ru>.

## **10. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

Занятия по дисциплине проводятся в аудиториях, обеспеченных компьютерами, имеющими доступ к сети Интернет, интерактивными досками и мультимедийным оборудованием.

*Лицензионное программное обеспечение:*

1. Windows 10 Pro for Workstations, (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
2. Office Standard 2016 (№ 4100072800 Microsoft Products (MPSA) от 04.2016г);
3. Система поиска текстовых заимствований «Антиплагиат ВУЗ»;

*Перечень ПО в свободном доступе:*

1. Kaspersky Free;
2. WinRar;
3. Google Chrome;
4. Yandex Browser;
5. OperaBrowser.